ANAIS

II SEMANA DA MATEMÁTICA UTFPR TOLEDO

Matemática em foco: integrando saberes, compartilhando experiências

Página do Evento:

http://www2.td.utfpr.edu.br/semat/II_semat/index.php

Toledo – PR
Outubro – 2014

S471 Semana da Matemática UTFPR Toledo (2: 2014:
Toledo, PR)

Anais da II Semana da Matemática UTFPR, Toledo (PR), 06 a 10 de outubro de 2014. / organizado pelo Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, Campus Toledo. - Toledo, PR, 2014.
121 f. (Acesso Físico)

Modo de Acesso: World Wide Web:
<http://www2.td.utfpr.edu.br/semat/II_semat/index.php>.

ISSN 2358-4947

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Currículo - Educação. I. SEMAT. II. UTFPR. III. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada na Biblioteca UTFPR / Toledo

1. INTRODUÇÃO

O curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR Câmpus Toledo é um curso novo, visto que teve início no segundo semestre do ano de 2011, apresentando hoje seis turmas num total de 110 alunos.

Tem como preocupações preparar o acadêmico para o exercício do Magistério no Ensino Fundamental e Médio, bem como formar pesquisadores em Matemática, Educação Matemática, Matemática Aplicada e Estatística, que tenham uma postura crítica e reflexiva.

Diante dessas preocupações a II Semana da Matemática - II SEMAT se propõem a trazer renomados professores pesquisadores em educação matemática, matemática pura e aplicada para compartilhar conhecimentos e trocar experiências. Uma das metas do evento é propiciar a aproximação entre acadêmicos, pesquisadores e professores de matemática, buscando ampliar a relação do curso com as demais instituições de ensino.

Eventos desta natureza trazem reflexões por abordarem temas atuais de grande relevância para os acadêmicos e professores do curso além dos demais participantes. Para isso, os convidados apresentarão palestras, mesas redondas e oficinas. O evento proporcionará, ainda, a oportunidade de se formarem novos grupos, parcerias e contatos, em âmbito nacional e regional, para o desenvolvimento de novos projetos de pesquisa e extensão.

2. HISTÓRICO DO EVENTO

O curso de Licenciatura em Matemática do Câmpus Toledo iniciou-se em 2011/2 e realizou no ano de 2013 a I Semana da Matemática – I SEMAT, que contou com a presença de 100 participantes. Evento este que proporcionou troca de experiências e integração, além disso, foram apresentadas comunicações científicas, espaço considerado essencial para formação de intelectuais críticos.

3. OBJETIVOS

A II SEMAT teve como objetivo possibilitar a integração dos saberes (Educação, Educação Matemática, Matemática Pura e Aplicada) além de compartilhar experiências e conhecimentos entre estudantes (de Instituições Públicas e Privadas) e Professores e/ou Pesquisadores do Brasil, especialmente do estado do Paraná e mais especificamente da região oeste, favorecendo a formação continuada para os acadêmicos do curso e mostrando-lhes os caminhos que podem ser percorridos para o desenvolvimento de pesquisas nos mais diferentes campos da Matemática.

O evento também propiciará por meio das apresentações orais a divulgação das pesquisas e trabalhos produzidos pelos acadêmicos e demais participantes.

4. PÚBLICO-ALVO

Graduandos, pós-graduandos e Profissionais das áreas de Educação, Educação Matemática, Matemática Pura e Matemática Aplicada.

5. PERÍODO DE REALIZAÇÃO

O evento foi realizado nos dias 06, 07, 08, 09 e 10 de outubro de 2014. Nos dias 06, 07 e 10 as atividades foram realizadas no auditório da Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUC, Câmpus Toledo e nos dias 08 e 09 nas salas de aula do Câmpus da UTFPR Toledo.

6. PERIODICIDADE DO EVENTO

Esta foi a II Semana da Matemática do Câmpus da UTFPR Toledo. O evento repetir-se-á anualmente.

7. REALIZAÇÃO

O evento foi realizado pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) sob a responsabilidade da comissão organizadora, nomeada pelo colegiado de curso em reunião realizada no dia 28 de maio de 2014, Ata nº 6/2014-COMAT, e designando como coordenadora a professora Drª Barbara Winiarski Diesel Novaes.

8. COMISSÃO ORGANIZADORA

A Comissão Organizadora do evento (Quadro 1) foi composta por professores – Doutores e Mestres - pertencentes ao quadro permanente da UTFPR, Câmpus Toledo e por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática.

Quadro 1 – Componentes da Comissão Organizadora do Evento

DOCENTES	UNIVERSIDADE	
Profª. Drª. Barbara W. Diesel Novaes	UTFPR – câmpus Toledo	**Coordenadora**
Prof. Ms. Emerson Tortola	UTFPR – câmpus Toledo	
Prof. Ms. Jahina Fagundes de Assis Hattori	UTFPR – câmpus Toledo	
Prof. Ms. Márcia Regina Piovesan	UTFPR – câmpus Toledo	
Prof. Ms. Renato Francisco Merli	UTFPR – câmpus Toledo	
Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan	UTFPR – câmpus Toledo	
Prof. Drª. Vanessa Largo	UTFPR – câmpus Toledo	
Jefferson Peruzzo	UTFPR – câmpus Toledo	
Maiara Cristina dos Santos	UTFPR – câmpus Toledo	
Mayara Vendramini Codgnos	UTFPR – câmpus Toledo	

9. COMISSÃO CIENTÍFICA

A Comissão Científica do evento (Quadro 2) foi composta por professores pertencentes ao quadro permanente da UTFPR, Câmpus Toledo.

Quadro 2 – Componentes da Comissão Científica do Evento

DOCENTES	UNIVERSIDADE
Prof. Ms. Emerson Tortola	UTFPR – câmpus Toledo **Presidente**
Prof. Drª. Barbara W. Diesel Novaes	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Ms. Jahina Fagundes de Assis Hattori	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Ms. Márcia Regina Piovesan	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Dr. Rodolfo Vertuan	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Ms. Renato Francisco Merli	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Drª. Rosangela A. B. Assumpção	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Drª. Vanessa Largo	UTFPR – câmpus Toledo

10. COMISSÃO DE PARECERISTAS

A Comissão de pareceristas do evento (Quadro 3) foi composta por professores pertencentes ao quadro permanente da UTFPR, Câmpus Toledo e de convidados externos.

Quadro 3 – Componentes da Comissão de pareceristas do Evento

DOCENTES	UNIVERSIDADE
Profª. Ms. Emerson Tortola	UTFPR – câmpus Toledo **Presidente**
Profª. Drª. Adriana Helena Borssoi	UTFPR – câmpus Londrina
Profª Ms. Bárbara Cândido Braz	UEM - Maringá
Profª Ms. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa Robim	UENP - Câmpus Cornélio Procópio
Profª. Drª. Barbara W. Diesel Novaes	UTFPR – Câmpus Toledo
Prof. Dr. Fábio Alexandre Borges	UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná - Câmpus Campo Mourão
Profª. Drª. Karina Alessandra Pessôa da Silva	UTFPR – câmpus Londrina
Profª. Drª. Michele Regiane Dias Veronez	UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná - Câmpus União da Vitória
Prof. Ms. Talita Secorun dos Santos	UNESPAR - Câmpus Campo Mourão

Profª. Drª Veridiana Rezende	UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná - Câmpus Campo Mourão
Prof. Ms. Cezar Ricardo de Freitas	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Drª. Karen Hyelmager Gongora Baricatti	UTFPR – Câmpus Toledo
Prof. Ms. Marcio Paulo de Oliveira	UTFPR – câmpus Toledo
Prof. Ms. Márcia Regina Piovesan	UTFPR – Câmpus Toledo
Prof. Ms. Renato Francisco Merli	UTFPR – Câmpus Toledo
Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan	UTFPR – câmpus Toledo
Profa. Drª. Rosangela A. B. Asssumpção	UTFPR – câmpus Toledo
Profª. Drª. Vanessa Largo	UTFPR – Câmpus Toledo
Profª. Drª. Wilian Francisco de Araujo	UTFPR – câmpus Toledo

11. CRONOGRAMA DO EVENTO

A Tabela abaixo apresenta a grade básica da programação do Evento.

Data	Horário	Programação	Local
06/10/2014	18hs - 19hs	Inscrições e entrega de material	**PUC**
	19hs - 19h30min	Solenidade de Abertura	
	19h30min – 20hsn	Apresentação Cultural (Orquestra)	
	20h – 22hs	Palestra de abertura	
	22hs – 23hs	Coquetel	
07/10/2014	19hs - 20h30min	Palestra1	**PUC**
	20h30min – 20h45min	Coffee break	
	20h45min – 22h45min	Palestra 2	
08/10/2014	19hs - 21hs	Mesa redonda	**UTFPR**
	21hs – 21h15min	Coffee break	
	21h15min – 23hs	Grupos de interesse (GI)	
09/10/2014	19hs - 23hs	Oficinas	**UTFPR**
10/10/2014	19hs – 20hs	Apresentações Orais	**UTFPR**
	20h15min – 21h45min	Palestra de Encerramento	
	21h45min – 23hs	Jantar por adesão	

PALESTRA DE ABERTURA - Matemática em foco: Integrando saberes e compartilhando experiências

- Prof. Dr[a]. Magna Natália Marins Pires, UEL - Universidade Estadual de Londrina - PR.

PALESTRA 1 - Tratamento da Informação

- Prof. Dr[a]. Luciana Pagliosa Guedes, UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Câmpus Cascavel - PR.

PALESTRA 2 - O número Pi

- Prof. Dr. Sandro Marcos Guzzo, UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Câmpus Cascavel - PR.

PALESTRA DE ENCERRAMENTO - Beleza e matemática: os números áureos

- Prof. Dr. Edson Carlos Licurgo dos Santos, UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Câmpus Toledo - PR.

MESA REDONDA: Ensinar a Matemática na Contemporaneidade: a questão da indisciplina e do interesse

Debatedores

- Prof[a]. Dr[a]. Angelita Minetto Araújo, UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Curitiba – PR.
- Prof[a]. Dr[a]. Marta Regina Furlan de Oliveira, UEL - Universidade Estadual de Londrina - PR.
- (Mediador) Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Toledo – PR.

OFICINAS

- **Oficina 1 – Tecnologias no Ensino de Matemática - Produção e Edição de Vídeos**

  Acadêmico Pablo Chang - UTFPR – Câmpus Toledo

  Ms. Renato Francisco Merli – UTFPR – Câmpus Toledo

- **Oficina 2 – Explorando o Cálculo Diferencial e Integral com o uso de softwares livres (Maxima e o Geogebra)**

Ms. Adriano Gomes Santana – UTFPR – Câmpus Toledo

- **Oficina 3 – Explorando as possibilidades de Ensino de Matemática através de Jogos**

  Ms. Marideisa Ita Refosco - SEED - Núcleo de Toledo

- **Oficina 4 – Introdução a Sistemas Dinâmicos**

  Ms. Leandro Antunes – UTFPR – Câmpus Toledo

- **Oficina 5 – Modelagem Matemática na Educação Básica: otimização de embalagens**

  Ms. Jahina Fagundes de Assis – UTFPR – Câmpus Toledo

- **Oficina 6 – A matemática de tempos passados: o que os documentos revelam**

  Dra. Bárbara Winiarski Diesel Novaes - UTFPR - Câmpus Toledo

- **Oficina 7 – Estatística Básica utilizando o R**

  Ms. Araceli Ciotti de Marins e Ms. Daniela Trentin Nava – UTFPR – Câmpus Toledo.

12. RESUMO DOS TRABALHOS APRESENTADOS

	Trabalhos	Autores
1	ENROLANDO A CORDA EM TORNA DA TERRA: RELAÇÕES MÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA	JEFFERSON PERUZZO, TATIANY MOTTIM DARTORA
2	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BASICA	CLÁUDIA ANDRESSA ALVES, GEISSIELE DE POLO BORTOLOSO, PEDRO HENRIQUE DE OLIVEIRA, JAHINA ASSIS

3	MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	DAIANE APARECIDA PEGO BUTCKE, MILENA E. R. DE FREITAS CARVALHO, EMERSON TORTOLA
4	APLICAÇÃO DO CÁLCULO DE ORDEM NÃO-INTEIRO AO PROBLEMA MECÂNICO DE ABEL	LEONARDO GUILLERMO FELIPE
5	ANÁLISE DE UMA ATIVIDADE PRÁTICA COMPONENTE CURRÍCULAR INTERDISCIPLINAR ENVOLVENDO, GEOMETRIA ANALÍTICA, GEOMETRIA DESCRITIVA E HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO	WELLINGTON LUIS SAVARIZ, HENRIQUE HIGINO, JAHINA FAGUNDES DE ASSIS, CEZAR RICARDO FREITAS, MARCIO PAULO DE OLIVEIRA
6	APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON PARA MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO CIVIL	IGOR ANDRE ALBINO KOAKOSKI, JENNIFER STEPHANE OZELAME, LUÍS GUSTAVO VALENTINI BUZANELO, RAFAEL FILIPAK SIQUEIRA, RODINEI MAGALHÃES, MÁRCIA REGINA PIOVESAN
7	TEORIA DE GRAFOS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	KATIELI FERREIRA ALCANTARA, VANESSA L. C. DE ALMEIDA KLAUS
8	ÁNALISE ESTATÍSTICA DA CONTA DE ÁGUA DOS ACADÊMICOS EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	MAIARA CRISTINA DOS SANTOS, GEISE THAIANA SANTOS, ROSÂNGELA APARECIDA BOTINHA ASSUMPÇÃO
9	LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON APLICADA EM BLOCOS CERÂMICOS: RESOLUÇÃO ANALÍTICA E ANÁLISE NUMÉRICA	PEDRO BONFIM SEGOBIA, JOCELAINE CARGNELUTTI, ROBSON SUSIN, VANDERLEI GALINA, ROSANGELA SCHEMMER

10	EDUCADORES HOMOSSEXUAIS E O PRECONCEITO NA VOZ DE ALUNOS E SEUS PAIS	JULIANE PEREIRA DA SILVA, LETICIA NATALIA LANGARO, BÁRBARA WINIARSKI DIESEL NOVAES
11	INTEGRANDO SABERES: REFLEXÕES SOBRE A GESTÃO ESCOLAR INTEGRADA AO ENSINO	CLENIR FERNANDA ALBA, ANDERSON ERVINO SCHWERTNER, CEZAR RICARDO DE FREITAS
12	A INDISCIPLINA, O DESINTERESSE E A PARTICIPAÇÃO DA FAMÍLIA NA ESCOLA: PERSPECTIVAS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA	CLAUDIA BORGMANN, JEFFERSON PERUZZO, BARBARA WINIARSKI DIESEL NOVAES
13	GINCANA MATEMÁTICA: UMA ATIVIDADE POSSÍVEL NA APRENDIZAGEM DE LOGARITMOS	TALITA DA CUNHA GONÇALVES, KARLLA SIVEIRA MORALES, LUCIANA MARTINS TEIXEIRA LINDNER
14	UMA ANÁLISE INICIAL DE COMO O CONTEÚDO É ABORDADO EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO	LETICIA NATALIA LANGARO, JULIANE PEREIRA DA SILVA, RODOLFO EDUARDO VERTUAN
15	O PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS	SILVIO CÉSAR MENDONÇA, VANESSA LARGO

13. TRABALHOS COMPLETOS

Na sequência são apresentados os trabalhos publicados nesta edição da SEMAT.

ENROLANDO A CORDA EM TORNO DA TERRA: RELAÇÕES MÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA

Jefferson Peruzzo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Toledo
jefferson.peruzzo@hotmail.com

Tatiany Mottim Dartora
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Toledo
tatianym@utfpr.edu.br

INTRODUÇÃO

A intuição, embora fundamental em muitos momentos, pode por vezes conduzir a conclusões equivocadas. A utilização do raciocínio que envolve certo rigor, no entanto, pode nos guiar a conclusões coerentes que parecem desafiar nossa intuição. O problema que nos propomos a abordar nesse trabalho se enquadra nessa classe de perguntas cujas respostas parecem ser contra intuitivas para a maioria das pessoas.

Nosso interesse pela temática surgiu da realização de uma Atividade Prática Supervisionada (APS) apresentada à disciplina de Geometria I. Sentimos a necessidade de nos aprofundar no assunto e divulgá-lo em algumas instâncias, de modo a contribuir com o ensino de Matemática, procurando despertar o interesse e fomentar a curiosidade dos alunos quanto ao assunto.

O problema conhecido como “Enigma da corda em volta da Terra”[1] foi proposto inicialmente em 1702, pelo matemático britânico William Whiston (PICKOVER, 2009). O enigma é enunciado por Pickover (2009) da seguinte maneira: imagina-se uma corda que circunda firmemente o equador de uma esfera do tamanho de uma bola de basquete. Em quanto se deve aumentar a medida da corda para que ela diste 1 m da superfície da bola em todos os pontos? Em seguida, se imagina que a corda circunda o equador de uma esfera do tamanho do planeta Terra. Quanto é necessário aumentar a medida da corda para que ela diste 1 m da superfície em todos os pontos?[2]

Existem algumas variações na maneira de enunciar o enigma. Uma delas é proposta por James Tanton (MEROW, s.d.). Imagina-se uma corda que circunda o equador de uma esfera do tamanho do planeta Terra. Ao adicionar 3 pés à medida da

[1] “The rope around the Earth puzzle” (PICKOVER, 2009, p.162, tradução nossa).
[2] Essa situação deve ser considerada apenas como um exercício de pensamento. A corda deveria levitar sobre a superfície da esfera, o que parece fora de questão no âmbito prático.

corda uma lacuna se formará entre esta e a superfície da esfera. Qual a distância entre a corda e a superfície? Repete-se o experimento mental com uma esfera do tamanho de uma bola de basquete.

Numa das situações se altera o raio e pede-se a medida da circunferência; noutra, o contrário. O processo de resolução requer manipulação algébrica das relações de medida da circunferência. Como será exposto, essa alteração independe da medida do raio ou da circunferência original, mas é proporcional à medida adicionada.

Motivados pelos exemplos enunciados, mostraremos como alcançar uma solução geral (para qualquer medida de raio ou circunferência) para cada situação enunciada, bem como algumas possibilidades de uso educacional do mesmo sob a ótica da Resolução de Problemas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas é uma metodologia de ensino considerada como uma possibilidade de dinamizar as aulas de Matemática. Segundo Lupinacci e Botin (2004) essa metodologia é eficaz para desenvolver o raciocínio lógico e motivar os alunos ao estudo da Matemática. O emprego da resolução de problemas nas aulas pode "gerar situações em que o aluno deva ser criativo, ou [...] esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema" (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 16).

Quanto ao que se entende por problema matemático, adotamos a perspectiva de Silveira (2001 *apud* SOUSA, 2005), segundo o qual "problema é toda a situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para [o resolvedor] e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado" (SILVEIRA, 2001 *apud* SOUSA, 2005, p. 4).

Ao propor aos alunos situações caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos, o professor cria neles a "capacidade de desenvolver o pensamento matemático não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação" (SOUSA, 2005, p. 3).

Embora o enigma que nos propomos a resolver não esteja propriamente relacionado ao cotidiano dos alunos, entendemos que é vantajoso explorá-lo pelo fato de "ter intrigado crianças e adultos por mais de dois séculos e ser uma metáfora de como Matemática básica pode ajudar [...] a raciocinar além dos limites da própria intuição” (PICKOVER, 2009, p.162, tradução nossa). É possível considerá-lo, portanto, como um problema no sentido apontado anteriormente, que desperta a curiosidade pelo simples desafio que apresenta.

São várias as possibilidades de uso, sob a ótica da Resolução de Problemas, que esse enigma oferece ao professor. Sem a pretensão de esgotá-las, elencamos algumas: desenvolver nos alunos a habilidade de traduzir um enunciado para uma linguagem matemática apropriada – o que facilita a resolução do problema – e manipulação dessa linguagem; reforçar as definições relativas à circunferência, esfera e suas relações métricas; há possibilidade de uma atividade prática, na qual os alunos meçam duas circunferências e encontrem a resposta empiricamente, entre outras.

A seguir, apontaremos algumas definições bem como uma forma pela qual cada enunciado do enigma pode ser resolvido. Embora os exemplos motivadores apresentem medidas específicas, representaremos as medidas adicionadas pelas letras ρ e ζ tal que $\{\rho, \zeta \in \mathbb{R}; \rho, \zeta \geq 0\}$.

ALGUMAS DEFINIÇÕES

No decorrer das demonstrações serão empregados alguns termos cujas definições foram retiradas de Dolce e Pompeo (1993) e Dolce e Pompeo (2005). É importante que elas sejam observadas para que haja melhor compreensão das demonstrações.

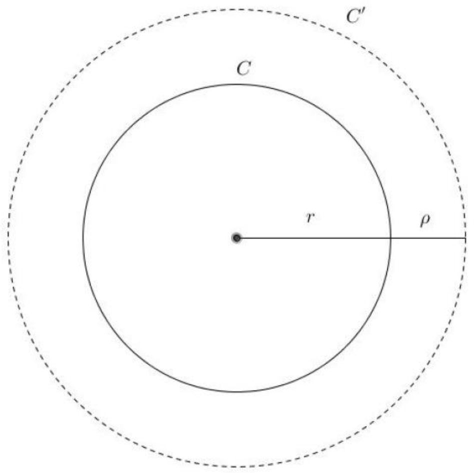
1. Circunferência é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância não nula dada. O ponto é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.
   Simbolicamente: $\lambda\ (O; r) = \{P \in \alpha \mid d_{P,O} = r\}$ representa a circunferência de centro O e raio r.
2. O raio de uma circunferência é um segmento com uma extremidade no centro e a outra num ponto da circunferência.
3. O comprimento C de uma circunferência de raio r é igual a $2\pi \cdot r$.
4. Dado um ponto O e um segmento r chama-se de esfera de centro O e raio r ao conjunto dos pontos P do espaço tais que a distância $\overline{OP}$ seja menor ou igual a r.
5. O equador é a secção (circunferência) perpendicular ao eixo pelo centro da superfície (da esfera).

Pelo fato de que o equador de uma esfera é uma circunferência, é possível e conveniente reduzir o problema ao plano, e resolvê-lo utilizando as relações métricas da circunferência. Mostraremos que ao se adicionar certa medida ρ ao raio da circunferência, o comprimento desta aumenta em $2\pi\rho$ unidades de medida; também, que ao se adicionar certa medida ζ à circunferência, o raio aumenta em $\frac{\zeta}{2\pi}$ unidades de medida. Reiteramos que esse incremento é independente das respectivas medidas de circunferência e raio, portanto, nenhuma informação sobre elas é necessária.

PRIMEIRA SITUAÇÃO

Seja *C* uma circunferência de raio *r*, acrescenta-se ρ unidades de medida ao raio e obtém-se a circunferência *C'*, conforme a Figura 1.

Figura 1: Representação da primeira situação enunciada



Fonte: os autores

Queremos descobrir qual a medida de *C'* e qual o acréscimo desta em relação a *C*. Temos que o raio de *C'* mede $(r + \rho)$ unidades. A medida da circunferência é dada por $C = 2\pi r$ (I)

A medida de *C'* será

$$C' = 2\pi\,(r + \rho)$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

$$C' = 2\pi\cdot r + 2\pi\cdot\rho \quad \text{(II)}$$

Substituindo I em II

$$C' = C + 2\pi \cdot \rho$$

Portanto, fica demonstrado que o aumento na medida da circunferência, quando o raio aumenta ρ unidades, é de $2\pi\rho$ unidades. Como *C* é uma circunferência qualquer, essa propriedade é válida para circunferências de qualquer dimensão. Retomando o problema original, da esfera, é possível perceber que a propriedade também é válida, visto que o equador é uma circunferência.

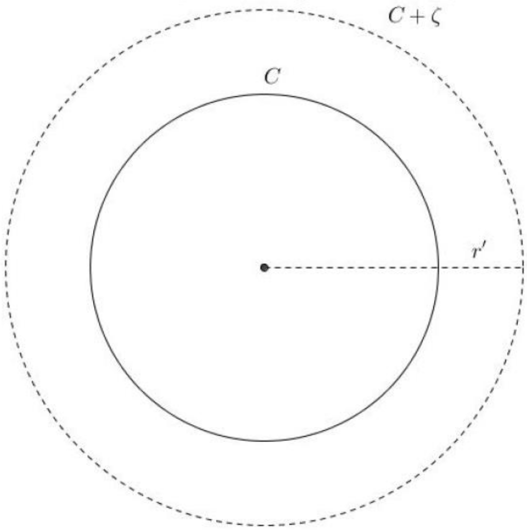
Percebe-se que há vários artifícios algébricos utilizados nessa demonstração. Inicialmente há que se representar a situação de maneira apropriada; em seguida usar propriedades do conjunto dos números reais e, por fim, relacionar duas equações. Esses artifícios são utilizados de forma a resolver o enigma (problema) para o caso geral. Sob a perspectiva da Resolução de Problemas, poder-se-ia partir de alguma situação com valores específicos e calcular as medidas das respectivas circunferências e raios. Isso depende da estratégia de resolução que cada resolvedor adota. O importante é que, ao fim da atividade, se alcance a generalização.

SEGUNDA SITUAÇÃO

Seja *C* uma circunferência de raio *r* acrescenta-se ζ unidades à medida de seu perímetro. Consequentemente, seu raio aumenta. A medida na nova circunferência será ($C + \zeta$) unidades (Figura 2).

Queremos descobrir qual será a medida do novo raio *r'* e qual o acréscimo em relação a *r*.

Figura 2: Representação da segunda situação enunciada



Fonte: os autores

Da fórmula para o comprimento da circunferência, se obtém o comprimento do raio em função da medida da circunferência: $r = \dfrac{C}{2\pi}$ (I)

Seja *r'* o raio da nova circunferência. Sua medida será dada por

$$r' = \frac{C+\zeta}{2\pi}$$

Escrevendo a expressão como duas frações de mesmo denominador

$$r' = \frac{C}{2\pi} + \frac{\zeta}{2\pi} \quad \text{(II)}$$

Substituindo I em II

$$r' = r + \frac{\zeta}{2\pi}$$

Dessa maneira, fica demonstrado que o aumento na medida do raio, quando a medida da circunferência aumenta ζ unidades, é $\dfrac{\zeta}{2\pi}$. Analogamente à primeira situação abordada, essa propriedade é válida para circunferências de qualquer dimensão. Da mesma maneira, se mantém para uma esfera de raio *r* qualquer.

Da mesma forma como apontamos na demonstração da primeira situação, o resolvedor não precisa seguir, necessariamente, essa estratégia. Entretanto, mesmo que ele parta de uma situação particular e perceba a regularidade envolvida, é importante que haja essa generalização, que pode ser direcionada pelo próprio professor.

CONSIDERAÇÕES

Observa-se que as relações demonstradas nas duas situações são válidas também quando ρ ou ζ são subtraídos das medidas originais. No entanto, há uma ressalva: esse decréscimo há de ser menor que a medida do raio (no caso de ρ) e da circunferência (no caso de ζ). Se fosse igual às respectivas medidas a circunferência iria tender a um ponto.

Ressaltamos a pertinência da utilização desse enigma em sala de aula, sob a ótica da resolução de problemas, pois se trata de algo desafiador que poderia estimular a curiosidade dos alunos. Como atividade, os alunos poderiam medir a circunferência de objetos circulares, ou até mesmo desenhar circunferências de variadas dimensões no chão, medi-las e encontrar a relação acima exposta. Essa atividade seria mais eficaz se realizada em grupos.

Muito embora seja interessante que o enigma seja enunciado com valores específicos – como aqueles dos exemplos apresentados – ou que os alunos trabalhem com valores encontrados nas atividades, é pertinente que se obtenha uma generalização dos resultados, tais quais mostramos no decorrer do trabalho.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, B. S.: **Como ensinar Matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II, n. 2. Brasília, 1989. p. 15-19.

DOLCE, O; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar 9**.8. ed. São Paulo: Atual, 2005.

DOLCE, O; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar 10**. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

MEROW, K. **James Tanton Plays with Pi at Martin Gardner Celebration of Mind**. Disponível em: <http://www.maa.org/meetings/calendar-events/james-tanton-plays-with-pi-at-martin-gardnercelebration-of-mind>. Acesso em: 24 ago. 2014

PICKOVER, C. A. **The Math Book**. From Pythagoras to the 57th Dimension. New York: Sterling, 2009.

SOUSA, A. B. de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Monogra_a (Graduação) - Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2005. Disponível em:<http://repositorio.ucb.br/jspui/handle/10869/1544>. Acesso em: 29 Ago. 2014.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA DIFERENCIADA PARA O CONTEÚDO DE SIMETRIA

Cláudia Andressa Alves
Unimeo - Ctesop
claudiaandalves@hotmail.com

Geissiele de Polo Bortoloso
Unimeo - Ctesop
depolo_geissi@hotmail.com

Pedro Henrique de Oliveira
Unimeo - Ctesop
pedro.hro94@hotmail.com

Jahina Assis
CTESOP /UTFPR
jahinaassis@gmail.com

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente artigo traz a modelagem como um dos métodos de ensino para uma aprendizagem com mais significado na vida dos alunos. Descreve o que é Modelagem Matemática, assim como o que é modelo, e as etapas para construí-lo. Apresenta também uma proposta de oficina, com o objetivo de servir como encaminhamento em sala de aula, em que o professor pode utilizá-lo na integra ou adaptá-lo de acordo com a turma que pretende trabalhar, oficina intitulada como Ângulos e Simetria.

DESENVOLVIMENTO

Ensinar matemática de uma maneira diferente, atualmente, se tornou alvo de pesquisas na área da Educação Matemática. De todas as disciplinas, a Matemática, destaca-se pelo baixo rendimento escolar dos alunos, gerando a preocupação de pais, professores e gestores. Assim a modelagem matemática se insere com o intuito de propiciar aos alunos uma aprendizagem mais significativa e motivadora, possibilitando o aprendizado de conteúdos matemáticos interligados com as demais ciências, e tendo como foco o ambiente onde o aluno está inserido.

Desse modo, quando o professor opta por esse método de ensino, pode haver um processo de aprendizagem com mais significados para o aluno. A modelagem matemática permite descrever matematicamente fenômenos que acontecem no nosso cotidiano. Vale ressaltar que, o tema escolhido para ser trabalhado utilizando a modelagem matemática, deve estar alinhado com a realidade dos alunos, aproveitando as experiências fora da sala de aula dos mesmos, juntamente com as experiências do docente. O papel do docente é ser o mediador entre o saber comum e o saber matemático, permitindo aos alunos uma assimilação construtiva, de maneira ativa na construção do aprendizado, para tanto o professor deve ter um conhecimento mais amplo do que será abordado.

Para estudarmos a modelagem matemática, se torna essencial entender o que é modelo matemático. Um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representa de alguma forma o objeto estudado. Para que se obtenha um modelo, Biembengut (2007) escreve três etapas e subetapas:

➢ Interação
- Reconhecimento da situação (problema).
- Familiarização com o assunto a ser modelado (referencial teórico).

➢ Matematização
- Formulação do problema (hipótese).
- Resolução do problema em termos de modelo.

➢ Modelo matemático
- Interpretação da solução.
- Validação do modelo (avaliação).

Durante essas etapas o modelo é criado e validado. O que voltada à Educação Matemática, a modelagem permite levar os alunos a investigar os "porquê" de cada situação problema abordada, desse modo o professor atua como mediador. O mesmo observa as dificuldades dos alunos diante do processo de construção do modelo, fazendo assim com que os alunos resolvam e elaborem expressões que futuramente possam utilizá-las na sua vida cotidiana.

> É incumbência do professor analisar as dificuldades dos alunos no processo de modelagem, especialmente aquelas relacionadas como a matematização e a interpretação dos resultados e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos curriculares (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 29).

Continuando a refletir sobre a modelagem, enquanto estratégia de ensino, esta deve contribuir no processo de ensino, auxiliando no andamento das aulas. Portanto o professor deve estar preparado para eventuais questões, ou mesmo para que o trabalho não aconteça como o esperado.

Para fazer modelagem matemática em sala de aula primeiramente temos uma situação inicial (problema) que, com procedimentos e conceitos podem gerar um modelo. Problema esse, que é entendido aqui como uma situação na qual o indivíduo não possui conhecimentos a priori para a sua solução.

Como possibilita a interpretação das situações cotidianas por meio da matemática, a modelagem permite o entendimento das práticas extraescolares nas aulas de matemática, preparando os alunos para sua vida cotidiana e até mesmo para diversas profissões, já que o estudo da mesma permite a interação do conteúdo matemático com outras disciplinas. O raciocínio lógico e dedutivo desenvolve no aluno um pensar mais crítico em relação aos fatos que acontecem no seu cotidiano, pensando como um verdadeiro cidadão.

Faz-se uma ressalva que o método de ensino, modelagem matemática, não é a única metodologia diferenciada de ensino, portanto o professor necessita buscar melhores formas para preparar os conteúdos a serem trabalhados. Necessita ainda conhecer seus alunos e a capacidade cognitiva deles, para assim melhor desenvolver as aulas. O professor antes de trabalhar com os alunos deve estar preparado e motivado, para demonstrar segurança diante dos mesmos.

Além do lado positivo, há desafios a serem vencidos, por exemplo, a falta de apoio das instituições de ensino, indisciplina por parte dos alunos e algumas resistências por parte de docentes que estão com o “ensino tradicional” enraizado, não disposto aos novos meios de ensino.

A fim de testar os conhecimentos adquiridos sobre modelagem matemática no ensino básico e baseada no livro Modelagem Matemática na Educação Básica, apresentamos uma proposta de ensino, que pode ser realizada por meio de uma oficina, intitulada Ângulos e Simetria, conforme pode ser vista a seguir.

PROPOSTA DE OFICINA

A oficina ressaltou a arte em construir e analisar ornamentos, que desde os séculos passados desempenham um papel importante em nossas vidas, presentes em obras arquitetônicas, como por exemplo, em vitrais de igrejas, pisos e azulejos, composição de tecidos, artesanatos, adornos entre outros. Desse modo, a proposta foi utilizar a simetria para desenvolver conceitos de geometria plana. Em outras palavras, simetria, quer dizer que ao efetuar um movimento em uma figura ou elementos em torno de um eixo, a forma e o tamanho não variam. Antes de introduzir a oficina alguns conceitos foram ressaltados, como nos traz os autores:

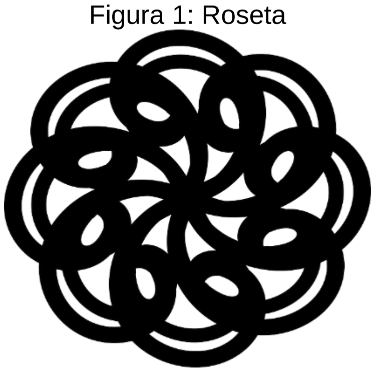
> Translação: é o deslizamento da figura sobre uma reta *r*.
> Rotação: é um giro da figura em torno de um ponto fixo *O* (ponto que pode ou não pertencer à figura).
> Reflexão: é a transformação (movimento) que conserva a distância de um ponto a um eixo *r* fixo.
> Translação refletida: é o movimento que combina dois movimentos: reflexão R, com eixo *r*, e translação T paralela ao eixo *r* (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 70–72).

Dentro das etapas adotadas, na interação propusemos aos alunos um diálogo, indagando se conheciam ou já ouviram falar algo sobre ângulos, assim como passamos a eles conceitos citados anteriormente, permitindo uma familiarização com o assunto a ser abordado.

A fim de responder a seguinte pergunta “como compor um ornamento”, na matematização iniciou-se a construção da atividade. Distribuiu-se uma folha sulfite A4 para que cada aluno fizesse um desenho, que foi usado como molde na atividade que será realizada posteriormente. Assim que os alunos desenharam os moldes pedimos para que os mesmos fizessem uma circunferência com o auxilio do compasso, e em seguida, à repartisse em partes iguais, fazendo uso do transferidor para dividir de modo que os ângulos ficassem de mesmo valor.

Fixando o molde em um ponto O e girando em sentido (horário ou anti-horário) contornando-o novamente, esse “giro” é uma rotação. Com giro completo de 360º, divide a circunferência em “n” partes, completando-as com molde até que toda a circunferência fique completa e forma uma roseta, conforme Figura 1.

Figura 1: Roseta



Fonte: Pixabay

Com essa atividade ressaltamos os conceitos de ângulos, circunferências e seus respectivos conceitos, os alunos puderam ter a oportunidade de relembrar a construção de ângulos com o auxilio de transferidor e de compasso e posteriormente classificá-los. Cada um com seu modelo criado puderam relacionar com o seu cotidiano, modelos estes que estão presentes em crochê, roupas de lã, bordados, dentre outros, que estamos todos acostumados a ver nossos avós realizando essas atividades.

RESULTADOS E ENCAMINHAMENTOS DA OFICINA

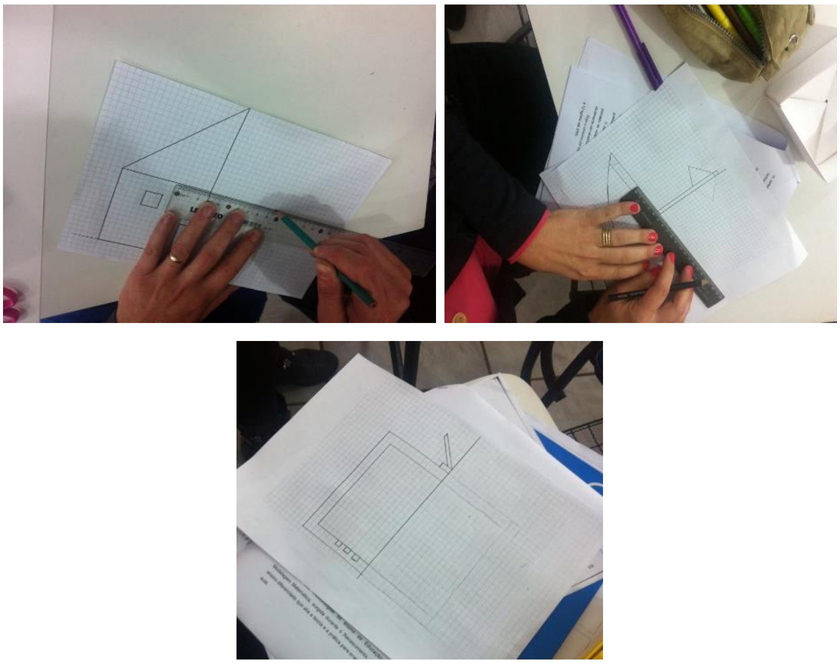
A oficina descrita anteriormente foi elaborada e aplicada no curso de Pós Graduação Lato Sensu a qual somos alunos, como pré-requisito para a conclusão do módulo de Modelagem Matemática como estratégia de ensino, sendo 17 alunos presentes e em torno de 40 minutos de duração. A mesma pode ser aplicada na educação básica com alunos de 11 a 12 anos, mais precisamente do sexto ano.

Durante a aplicação da oficina na aula da pós-graduação, inicialmente conversamos com os colegas abordando os conceitos necessários, dando enfoque também como trabalharíamos com a oficina em sala de aula do ensino fundamental, conforme Figura 2.

Figura 2: Apresentação da Oficina

Ao término dessas atividades, dentro do tema – simetria – trabalhamos com papel quadriculado, para que o conceito sobre eixo de simetria fosse explorado, conforme Figura 3.

Figura 3: Realização das Atividades



Percebemos que as atividades realizadas durante a apresentação da nossa oficina na Pós Graduação Lato Sensu, foram feitas com muito entusiasmo por parte dos nossos colegas de classe.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com atividades como essas, vários conceitos foram trabalhados sem precisar utilizar o livro didático nem ficar nos métodos tradicionais3. A observação que fizemos é que os nossos colegas se empolgaram com as atividades, e esperamos que caso esta atividade fosse aplicada no ensino regular, o resultado não seja diferente, pois acreditamos que os alunos interagiriam e a aula seria mais construtiva. Nada impede que após essas atividades, o livro didático seja utilizado, para formalizar e exercitar o conteúdo.

Com o trabalho de modelagem em sala de aula, o docente consegue avaliar o grau de evolução dos alunos e o quanto a modelagem ajudou no processo de aprendizagem. Sempre que possível, é interessante trabalhar com a modelagem em

[3] Foco está no professor que possui o conhecimento e repassam aos alunos, os mesmos necessitam cumprir metas que são avaliadas por meio de avaliações periódicas.

sala de aula, partindo da realidade dos mesmos, tornando as aulas mais interessantes.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes W.; SILVA, Karina P.; VERTUAN, Rodolfo E. **Modelagem matemática na educação básica.** São Paulo: Contexto, 2012. p.29 .

BIEMBENGUT, Maria S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007

GIOVANNI, José R.; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática.** 1. ed. São Paulo: FTD, 2009. p. 147-150.

PIXABAY. **Fotos, vetoriais e ilustrações.** Disponivel em: < http://pixabay.com/pt/ros%C3%A1cea-roseta-simetria-forma-30527/>. Acesso em: 04 out. 2014.

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Daiane A. Pego Butcke
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
daiapegobutcke@gmail.com

Milena E. R. de Freitas Carvalho
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Milena.evelin@hotmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
emersotortola@utfpr.edu.br

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, relatamos um episódio em que a modelagem matemática é utilizada como estratégia de ensino e aprendizagem da matemática, envolvendo alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e discutimos suas possíveis contribuições para a aprendizagem desses alunos.

O episódio a que nos referimos diz respeito ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em uma aula da disciplina de Arte, que surgiu do interesse dos alunos ao fazer uma releitura da obra *Abaporu* de Tarsila do Amaral, e tinha por objetivo investigar a seguinte questão: *como descobrir o número do nosso calçado?* Essa questão surgiu da curiosidade de um dos alunos em relação ao tamanho do pé da personagem da imagem e desencadeou em um estudo matemático da situação, orientado pela professora da disciplina – primeira autora deste texto e acadêmica do curso de licenciatura em matemática.

Neste contexto, apresentamos algumas considerações associadas à modelagem matemática e à atividade de modelagem desenvolvida, fazendo algumas reflexões sobre seu desenvolvimento.

MODELAGEM MATEMÁTICA

O trabalho com a modelagem matemática, como aponta Biembengut e Hein (2000, p.11) pode ser comparado com o trabalho de um escultor manuseando a argila, o produto obtido pode ser considerado um modelo para outras esculturas – assim como o modelo matemático que pode ser tomado como ferramenta para analisar outras situações com características semelhantes àquelas em que ele foi produzido –, e o processo de sua construção é a modelagem – no caso da matemática, que é utilizada para abordar as situações, modelagem matemática.

Assim, podemos considerar a caracterização de modelagem matemática apresentada por Bassanezi (2002, p.16): "Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do seu contexto de origem". Ou seja, a modelagem matemática é também uma arte que depende, como coloca o autor, não apenas dos conhecimentos matemáticos do modelador, mas também de uma dose de criatividade para a produção de modelos.

Uma atividade de modelagem matemática, sob essa perspectiva, pode tornar a matemática mais interessante para o aluno como afirma Lautenschlager e Alencar (2014), se for trabalhada de uma maneira que permite análises matemáticas e reflexões sobre a situação, bem como a construção de respostas para problemas, levando o educando a compreender estruturas matemáticas. Para isso é importante que o professor proporcione um ambiente de aprendizagem apropriado, que favoreça a relação dialógica entre os alunos e entre os alunos e o professor e que a comunicação neste contexto aconteça, como sugere Alrø e Skovsmose (2006).

Conforme Lorenzato (2008, p. 3) "ensinar é dar condições para que o aluno construa o seu próprio conhecimento" e a modelagem matemática, de certo modo, oportuniza essa construção, ao colocar o aluno frente a uma situação e propor sua análise por meio da matemática. Como coloca Rosa e Orey (2012), a modelagem promove a elaboração de situação-problemas por meio de investigações, auxiliando na utilização e produção do conhecimento matemático dos alunos.

O fato de trabalhar com situações contextualizadas (ROSA; OREY, 2012), faz com que o trabalho do professor não seja fácil, pois exige um preparo diferente, uma vez que os conteúdos que serão abordados decorrem, em parte, dos conhecimentos matemáticos e não matemáticos dos alunos, bem como a interpretação que eles fazem da situação-problema.

Segundo Bisognin et al. (2012), o professor deve ter além do conhecimento matemático, criatividade e intuição para interpretar o problema, orientando o aluno a lidar com os conteúdos matemáticos que venham a surgir, implicando no desenvolvimento de competências e habilidades tanto da matemática, como associadas à investigação.

Nesse sentido, para Burak e Kaviatkovski (2014), ao optar pela modelagem matemática como estratégia de ensino para as aulas, o professor pode sentir certa insegurança ao abordar o conteúdo, pois ele estará saindo de sua zona de conforto.

De fato, seria mais cômodo simplesmente utilizar o livro didático, entretanto, cabe a nós como professores buscar alternativas para as aulas e promover um ensino que preze pela formação de sujeitos capazes de usar a matemática não apenas na escola, mas como uma ferramenta na análise de situações de sua vida.

É com esse pensamento que propomos a atividade de modelagem matemática que aqui relatamos para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, vislumbrando sua formação matemática. Na seção seguinte, relatamos o contexto em que a atividade foi realizada.

CONTEXTO DA PESQUISA E ASPECTOS METODOLÓGICOS

A atividade foi realizada em uma escola municipal localizada em uma cidade do oeste do Paraná, por uma turma de 19 alunos com idades entre oito e nove anos, estudantes de um quarto ano do Ensino Fundamental. A ideia de estudar a relação entre o tamanho do pé e o número do calçado surgiu de uma indagação dos alunos e foi usada pela professora para ser objeto de estudo por meio da matemática durante aulas regulares da disciplina de Arte.

Os dados da pesquisa foram coletados por meio de fotografias, diário de campo e dos registros dos alunos, sendo a observação um instrumento de coleta de dados. Nesse contexto, a pesquisa caracteriza-se por uma abordagem qualitativa, em que buscamos a partir dos dados levantar questões e promover discussões de cunho interpretativo, levando em conta a subjetividade envolvida.

Para resguardarmos as identidades dos alunos, usamos uma numeração de 1 a 19 para nos referirmos a eles. Além disso, os textos das imagens foram editados para suprimir eventuais erros gramaticais. As barras (/) são utilizadas para separar as escritas de uma mesma imagem.

COMO DESCOBRIR O NÚMERO DO CALÇADO

A ideia da atividade surgiu no contexto de uma aula da disciplina de Arte, na qual ao fazer a interpretação da obra *Abaporu* da pintora Tarcila do Amaral (Figura 1), os alunos fizeram a releitura da obra (Figura 2). Isso despertou a curiosidade de um aluno, em particular, que questionou qual número de calçado serviria para o pé da personagem. A professora, aproveitando a oportunidade, convidou os alunos a investigarem sobre essa questão, que constituiu o problema da atividade de modelagem matemática: como se determina o número de um calçado a partir da medida do pé?

Figura 1 – Abaporu de Tarsila do Amaral

Fonte: Livro Encontro com Tarsila

Figura 2 – Releitura da obra Abaporu (Aluno 3)

Fonte: Dos Autores

Nesse momento, acontece o primeiro contato dos alunos com o problema, a primeira fase do processo de modelagem, que Almeida, Silva e Vertuan (2012) chamam de inteiração, ou seja, os alunos a partir dos dados, nesse caso, da obra *Abaporu*, buscam se familiarizar e compreender a temática associada ao tamanho dos pés e ao número do calçado, conforme mostra o diálogo abaixo:

> ***Aluno 1****: Nossa! Olha o tamanho desse pé! É maior que o corpo.*
> ***Aluno 2****: Imagina o tamanho de calçado que seria necessário para esse pé!*
> ***Professora****: Mas como nós sabemos o número do nosso calçado na hora de comprar?*
> ***Aluna 3****: Todos nós sabemos o tamanho de nossos calçados, né professora? É só experimentar!*
> ***Professora****: Mas esta é a única maneira para saber o tamanho? E se quiséssemos saber o tamanho adequado de calçado para nosso pé sem ter que experimentar, como faríamos?*

Na busca por fornecer uma explicação à professora, os alunos se depararam com mais dúvidas e mostraram curiosidade por compreender o assunto. A professora sugeriu, então, que cada aluno fizesse o desenho do próprio pé em uma folha de sulfite e, em seguida, com o auxílio de uma régua o medisse, na tentativa de obter mais informações, como sugere essa primeira fase da modelagem – a inteiração.

> ***Aluno 1****: Professora, meu pé mede 22,3 centímetros, mas eu calço o número 37, o que tem isso a ver?*
> ***Professora****: mas se não existe nenhuma relação entre o número do nosso calçado com o tamanho do pé em centímetros como vamos medir?*
> ***Professora****: Na história dessa numeração diz-se que para descobrir, o número do calçado os europeus utilizavam grãos de cevada, será que dá certo? Será possível fazer isso com algum outro material?*
> ***Aluno 4****: Mas como é essa semente profe?*

Nesse trecho, observamos que a professora fornece uma nova informação aos alunos, que pode desencadear no estudo matemático da situação, o fato de o número do calçado ser determinado pela quantidade de grãos de cevada que medem o comprimento do pé. Como na cidade não havia esse grão, a professora mostra apenas uma imagem do grão explicando seu tamanho e sua utilização.

Mediante essa colocação, uma primeira conjectura é levantada por uma aluna:

> ***Aluna 3****: Mas se nós tentássemos com grão de feijão? Acho que vai dar certo!*

Nesse momento a aluna começa a traçar estratégias para resolver o problema, aquele colocado para investigação, bem como resolver o impasse de que o grão de cevada não é característico da região.

Com a primeira conjectura: medir o pé com grãos de feijão, a investigação começou a ser feita com as sementes sugeridas. Porém, devido ao tamanho dos grãos de feijão, o resultado não foi satisfatório, uma vez que cada grão media em torno de um centímetro e, dessa forma, não correspondia ao número do calçado, mas sim a aproximadamente o tamanho do pé em centímetros, o que não solucionava o problema em questão.

A atitude de investigar se tais grãos, de fato, determinariam o tamanho do calçado, reflete a atitude de buscar um modelo matemático para a situação, bem como a de validação, quando há a refutação da conjectura levantada. Essas ações, portanto, estão associadas às fases que Almeida, Silva e Vertuan (2012) chamam de

Resolução, na qual busca-se estratégias e observar relações matemáticas para produzir um modelo matemático, e de Validação e Interpretação dos Resultados, cujos resultados e o modelo são colocados sob análise, para avaliar se condizem com a situação.

Entretanto, a conjectura de usar grãos de feijão, não foi totalmente invalidada, pois essa é a estratégia utilizada no Japão para determinar o número dos calçados de lá. Contudo, o interesse dos alunos repousava sobre a numeração brasileira e, assim, uma segunda conjectura foi apresentada para ser investigada: medir com grãos de arroz.

Os trechos a seguir ilustram algumas das orientações feitas pela professora na tentativa de incentivar os alunos a darem seguimento nas investigações e o envolvimento dos alunos na busca por uma solução.

> ***Professora**: Estamos chegando perto, já conseguimos encontrar a numeração utilizada no Japão, fazendo uso de feijões.*
> *[...]*
> ***Aluno 5**: Professora, acho que podemos usar o arroz né? Olha só o grão de arroz é menor que o grão de feijão.*
> *[...]*
> ***Aluno 3**: Nossa...que legal! Deu certo! Eu uso o número 34 e 35, e coube certinho 34 grãos e mais meio de arroz no desenho do meu pé.*

A partir desses trechos, podemos inferir que os alunos lançaram mão de conceitos matemáticos para procurar uma saída para a situação. O Aluno 5 escolheu o grão de arroz justamente por observar que o número que indica o tamanho do calçado é menor que o número que expressa a medida do comprimento do pé em centímetros e, por isso, concluiu que deveria utilizar para a medição um grão menor que o de feijão, no caso, o de arroz. Nesse sentido, a matemática entrou em jogo, e ações associadas à fase denominada matematização (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) são observadas.

Um aluno fez o teste da nova conjectura e observou que o número de grãos de arroz enfileirados sobre o comprimento do pé indicava o número correspondente a seu calçado. Os outros alunos também testaram a conjectura e chegaram à mesma conclusão. Todavia, ainda existia uma inquietação dos alunos em relação a esse procedimento.

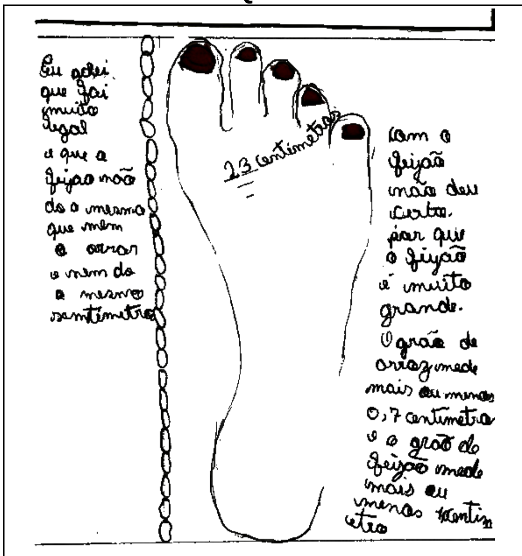
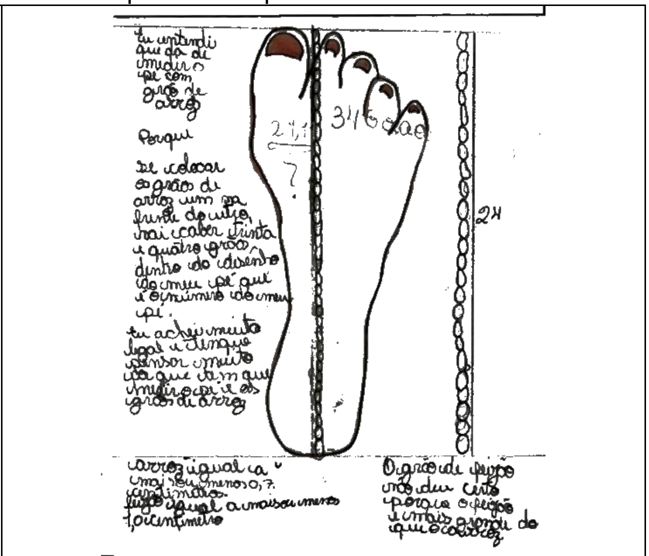
> ***Aluno 7**: Sempre vai dar certo profe?*
> ***Professora**: Os grãos são todos do mesmo tamanho?*
> ***Aluno 7**: Não sei.*

> ***Professora**: Então vamos medir!*
> ***Aluno 3**: Tem alguns que são um pouquinho mais pequenos.*
> ***Professora**: É por isso que a medida do nosso calçado foi padronizada. O tamanho de cada ponto do número do calçado é de 2/3 de um centímetro, que corresponde a 0,666.*
> ***Professora**: Agora vamos pensar um pouquinho: o que acontece se dividirmos o tamanho do nosso pé em centimetros por 0,666 que é o tamanho do ponto que utilizamos?*
> ***Aluno 1**: Dá o número do nosso calçado.*

O diálogo indica que os alunos têm consciência de que para solucionar o problema, algumas aproximações têm de ser consideradas, como a hipótese de que os comprimentos dos grãos de arroz possuem aproximadamente a mesma medida, que é a padronizada para os tamanhos dos calçados, como indica a professora, 2/3 de um centímetro.

A partir disso, os alunos sistematizaram a ideia de como determinar o número do calçado usando um desenho e algumas explicações na forma de textos. Essas estruturas podem ser consideradas os modelos matemáticos produzidos pelos alunos para a situação, como indica o Quadro 1.

Quadro 1 – Modelos matemáticos produzidos pelos alunos

	
Eu achei que foi muito legal, e que o feijão não da o mesmo que nem o arroz e nem da o mesmo centímetro. / 23 centimetros / Com o feijão não deu certo, por que o feijão é muito grande. O grão de arroz mede mais ou menos 0,7 centímetros e o grão de feijão mede mais ou menos 1,0 centimetros (Aluno 3).	*Eu entendi que dá de medir o pé com grão de arroz, porque se colocar os grãos de arroz um na frente do outro, vai caber trinta e quatro grãos dentro do desenho do meu pé que é o número do meu pé. Eu achei muito legal e tem que pensar muito por que tem que medir o pé e os grãos de arroz. / arroz igual a mais ou menos 0,7. Feijão igual a mais ou menos 1,0 centimetro. / O grão de feijão não deu certo porque o feijão é mais grande do que o arroz (Aluno 7).*

Como observamos em Tortola (2012), na modelagem matemática no âmbito dos anos iniciais, é frequente a elaboração de desenhos e textos explicativos para a produção de um modelo matemático para a situação-problema. Com essa estrutura os alunos conseguiram estabelecer uma relação entre o comprimento do pé e o tamanho do calçado, usando as sementes de arroz para fazer a medida. Essa experiência encaminhou os alunos, sob a orientação da professora a concluírem que para saber o número do calçado, basta dividir o tamanho do pé em centímetros por 0,666, que corresponde a aproximadamente o tamanho de um grão de arroz, o equivalente a 2/3 de um centímetro (Em linguagem algébrica: $N = C / 0{,}666$; sendo N o número do calçado e C o comprimento do pé). Assim, por exemplo, se o comprimento do pé de uma pessoa é de 23 centímetros, basta dividirmos 23 por 0,666 e o quociente indicará o número do calçado. Nesse caso, temos:

$$\frac{23}{0{,}666} = 34{,}53$$

Uma vez que os números dos calçados são representados apenas por números naturais, arredondamos o quociente para o próximo número natural, obtendo, portanto, que o número do calçado para essa pessoa é o 35.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediante à atividade desenvolvida pelos alunos temos três considerações a fazer.

Primeira, em relação à dinâmica das aulas, observamos que o trabalho com a modelagem matemática pode oportunizar o estudo de conteúdos matemáticos e discussões de conhecimentos que vão para além da matemática, de uma forma dinâmica e prazerosa.

Porém, não se trata de um trabalho fácil, pois o professor deve estar disposto a sair de sua “zona de conforto” como pontua Burak e Kaviatkovski (2014), e utilizar para sua aula uma dinâmica que difere daquela em que o professor tem o completo domínio do andamento das atividades, em que ele expõe o conteúdo, passa um exemplo e cobra em exercícios. Deve estar disposto a aceitar as sugestões dos alunos e sanar possíveis dúvidas que os alunos possam ter, deve estar aberto ao diálogo, como coloca Alrø e Skovsmose (2006).

Segunda, no que se refere à situação-problema investigada pelos alunos, podemos dizer que para descobrir a numeração padronizada brasileira dos calçados pode-se utilizar grãos de arroz enfileirados em linha reta que se estendem do calcanhar até a altura do dedo de maior comprimento, dispõe-se de grãos de arroz enfileirados e o número de grãos de arroz indicam a numeração do calçado correspondente. Outra saída é dividir o comprimento do pé, em centímetros, por 0,666, que é aproximadamente o comprimento, em centímetros, de um grão de arroz.

Terceira, no que diz respeito às fases, colocadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), não há uma sequência, uma linearidade no caminhar da modelagem, como já assinalam os próprios autores, porém, essa atividade ilustra essa característica da modelagem, uma vez que os alunos primeiro passaram pela fase de inteiração, em seguida pela resolução, depois pela validação e interpretação de resultados, e ao obter um resultado não considerado apropriado para a situação, eles retornaram para a resolução, recorreram à matematização e, finalmente, chegaram a um resultado para a questão inicial, um resultado que foi avaliado e considerado válido.

Nesse sentido, pensamos que atividades de modelagem matemática têm muito a contribuir com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, contribuições que vão além do estudo de conteúdos matemáticos, que contemplam também o desenvolvimento de habilidades investigativas e exploratórias, que os ensinam desde cedo a usar a matemática para lidar com situações-problemas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Editora da UEL, 2011.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2000.

LAUTENSCHLAGER, E.; ALENCAR, E. S. de. Formulação de problemas e Modelagem Matemática. IN: ALENCAR, E. S. de; LAUTENSCHLAGER, E. **Modelagem matemática nos anos iniciais.** São Paulo: Editora Sucesso, 2014.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. (Coleção formação de professores). 2 ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2008.

ROSA, M.; OREY D.C. A Modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **Bolema**. Rio Claro, v.26, n.42. p.261-290, abr. 2012. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42a/12.pdf>. Acesso em: 03 set. 2014.

TORTOLA, Emerson. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

APLICAÇÃO DO CÁLCULO DE ORDEM NÃO-INTEIRO AO PROBLEMA MECÂNICO DE ABEL

Leonardo Guillermo Felipe
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
leogui27@yahoo.com.br

RESUMO

Apresentamos neste trabalho a discussão de um problema derivado da Mecânica Clássica, conhecido como Problema Mecânico de Abel, isto é, o problema de se determinar a curva plana ao longo da qual um corpo, sem velocidade inicial e sujeito somente à força da gravidade desliza até o ponto mais baixo da curva no mesmo período de tempo, independentemente do seu ponto de partida.

INTRODUÇÃO

O Problema Mecânico de Abel será discutido por meio das integrais e derivadas de ordens não inteiras, chamado também Cálculo Fracionário. Este problema surgiu na construção de um relógio de pêndulo que tivesse o mesmo período, qualquer que fosse à sua amplitude de oscilação. Em 1673, C. Huygens[1], mediante argumentos geométricos, resolveu este problema, e anos mais tarde G. Leibniz[2] e J. Bernoulli[3], também deram uma solução utilizando métodos analíticos. A solução de J. Bernoulli apresentada em 1690 é considerada como uma das mais elegantes, e em opinião de G. Simmons [13], constitui uma obra de arte intelectual de alto nível.

Passaram-se mais de cem anos e este mesmo problema voltou a ser notícia científica devido a solução encontrada por N.H. Abel[4] sendo esta, uma das primeiras aplicações das equações integro-diferenciais. Os trabalhos de pesquisa de N.H. Abel foram publicados em 1823 e são considerados como a primeira aplicação que abriu as

[1] Christian Huygens (1629-1695), astrónomo, matemático e físico holandês. Usando métodos geométricos estabeleceu que a cicloide é uma curva tautócrona.
[2] Gottfried Leibniz (1646-1716), matemático e filósofo alemão. Ele antecipou o desenvolvimento da Lógica Simbólica e, independentemente de Isaac Newton, inventou o cálculo com uma notação superior para a integração e diferenciação.
[3] Johann Bernoulli (1667-1748), membro de uma família suíça de acadêmicos cujas contribuições à matemática, física e astronomia datam do século XVI ao século XIX.
[4] Niels Henrik Abel (1802-1829), matemático norueguês. É considerado um dos mais notáveis matemáticos do século XIX. Dentre outras contribuições, encontrou uma aplicação para o cálculo fracionário e resolveu o problema da tautócrona, onde emerge naturalmente uma integral fracionária [11].

portas ao formidável desenvolvimento das Equações Integrais e do Cálculo Fracionário conforme pode ser visto em Miller e Ross [11], Podlubny [12], entre outros. Uma generalização deste problema, para a tautócrona relativista, foi discutido por Kamath [7] e um estudo para potenciais arbitrários foi apresentado por Flores e Osler [5]. Além disso, importantes resultados foram obtidos através do cálculo fracionário em diversas áreas do conhecimento, tais como: biomatemática (Elshehawey [4]), mecânica dos fluidos e fenômenos de transporte (Debnath [3]), sistemas de alta energia (Lorenzo e Hartley [8, 9]), teoria de fractais (Mandelbrot [10]), matemática financeira (Wyss [14]), problemas quânticos discutidos através da equação de Schrödinger são apresentados por Guo-Xu [6] e Bhatti [1]. Uma nova definição para a derivada de ordem fracionária e aplicada a problemas de viscoelasticidade e sismologia foi proposta por Caputo [2].

O objetivo deste trabalho é contribuir com a divulgação do problema científico chamado de Problema Mecânico de Abel, cuja criação permitiu um significativo avanço no surgimento de novas teorias físico-matemático e um antecedente no desenvolvimento de técnicas de modelagem para muitos problemas da ciência e tecnologia.

Este trabalho se inicia estabelecendo algumas definições e propriedades do Cálculo Fracionário e logo enunciaremos o Problema Mecânico de Abel. A modelagem do problema será descrito invocando o Principio da Conservação da Energia.

ALGUMAS DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES DO CÁLCULO FRACIONÁRIO

As definições 1 e 2 podem ser encontradas em Miller e Ross [11].

Seja I um intervalo da reta real e $n \in \mathbb{N}$. Denotaremos por $C^{(n)}(I)$ o conjunto de funções definidas em I, n vezes deriváveis e com as n derivadas contínuas em I.

Definição 1. Se $f \in C^{(0)}([0,\infty))$, a integral fracionária de Riemann-Liouville de ordem $\propto > 0$ de f define-se como,

$$J^{\propto} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\propto)} \int_0^t (t-\xi)^{\propto-1} f(\xi) d\xi \quad t \geq 0, \tag{1}$$

onde $\Gamma(\propto)$ é a função gama.

Definição 2. Sejam $f \in C^{(n)}([0,\infty))$, n o menor inteiro maior que β e $\alpha = n - \beta$, ou seja, $0 < \alpha \leq 1$. Define-se a derivada fracionária de f de ordem $\beta > 0$ de Riemann-Liouville como,

$$ {}_0D_t^{\beta} f(t) = D^n[J^{\alpha} f(t)],\ t \geq 0, \tag{2}$$

onde D^n é a derivada de ordem n inteira e J^{α} é a integral de Riemann-Liouville de ordem α, conforme a equação (1).

Exemplo. Para $\beta = 1/2$ e $f(x) = 1$, temos, pela equação (2) e (1) que,

$$\begin{aligned} {}_0D_x^{1/2} 1 &= D^1[J^{1/2} 1] = D^1\left[\frac{1}{\Gamma(1/2)} \int_0^x (x-y)^{-1/2} dy\right] \\ &= D^1\left[\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(2\sqrt{x}\right)\right] = \frac{1}{\sqrt{\pi x}}. \end{aligned} \tag{3}$$

Proposição.1. O operador da derivada fracionária de Riemann-Lioville é a inversa à esquerda do operador integral fracionário de Riemann-Lioville com a mesma ordem β, isto é,

$$ {}_0D_x^{\beta} J^{\beta} f = f, \quad \beta > 0$$

Demonstração. Pode ser encontrada em Podlubny [12].

Definição 3. Seja $P = P(m,h,v)$ um objeto de massa m e altura h que se move com velocidade v. Define-se as energias cinética e potencial de P como, $E_c(P) = \frac{1}{2} m v^2$ e $E_p(P) = mgh$, respectivamente, onde g é a constante gravitacional.

Principio da Conservação da Energia. Seja $P = P(m,h,v)$ um objeto em movimento. Então, $E_c(P) + E_p(P) = K$; onde K é uma constante.

MODELAGEM DO PROBLEMA

Considere um fio na forma de uma curva suave, e uma partícula P de massa m que parte do repouso no ponto (x,y) e se desliza sobre o fio para a origem, sem atrito e sob ação da gravidade. Em cada instante t a partícula se encontra no ponto $(w,z) = (w(t), z(t))$. Como o tempo que demora a partícula em chegar à origem depende de sua altura inicial y, então, denotaremos dito tempo por $T(y)$.

O problema mecânico de Abel consiste em, dado $T(y)$ encontrar a forma do fio (curva) de maneira que a partícula demore $T(y)$ em chegar à origem, qualquer que seja o ponto de partida.

Para modelar este problema devemos considerar $P = P(m, y, v)$, onde $v = \frac{ds}{dt}$ é a velocidade da partícula restrita a mover-se sobre a curva e $s = s(t)$ é a distância medida ao longo da curva.

Utilizando o Principio da Conservação da Energia temos:

a). No ponto inicial (x, y), a energia cinética é $E_c(P) = 0$, pois P parte do repouso; e a energia potencial é: $E_p(P) = mgy$.

Logo, $mgy = K$

(4)

b). Em cada ponto (w, z), a energia cinética é $E_c(P) = \frac{1}{2}m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$, e a energia potencial é: $E_p(P) = mgz$.

Logo, $\frac{1}{2}m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + mgz = K$ (5)

Consequentemente as equações (4) e (5) fornecem,

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = mg(y - z),$$

ou seja,

$$\frac{ds}{dt} = \pm\sqrt{2g(y - z)} \tag{6}$$

Como a distância e a altura diminuem com o tempo, devemos considerar apenas o sinal negativo na equação (6), isto é,

$$dt = -\frac{1}{\sqrt{2g}}(y - z)^{-1/2}ds \tag{7}$$

Integrando em ambos lados da equação (7), de $z = y$ a $z = 0$, temos,

$$T(y) = \int_y^0 dt = -\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_y^0 (y - z)^{-1/2}\, ds,$$

ou seja,

$$T_0 = \frac{1}{\sqrt{2g}}\int_0^y (y - z)^{-1/2} s'(z) dz,. \tag{8}$$

onde temos usado a regra da cadeia e a hipótese $T(y) = T_0$ constante, isto é, o tempo que a partícula demora em chegar à origem não depende do ponto de partida.

Multiplicando, ambos os lados da equação (8), por $\frac{1}{\Gamma(1/2)}$, tem-se,

$$\frac{T_0}{\Gamma(1/2)} = \frac{1}{\sqrt{2g}}\left[\frac{1}{\Gamma(1/2)}\int_0^y (y-z)^{-1/2}\, s'(z)dz\right]. \tag{9}$$

Podemos observar na equação (9) que o termo entre colchetes é exatamente a definição da integral fracionária de ordem ½ da função $s'(y)$, conforme a equação (1). Logo, a equação (9) pode-se escrever como,

$$T_0 = \frac{\Gamma(1/2)}{\sqrt{2g}}\left[J^{1/2}\, s'(y)\right],$$

ou equivalentemente,

$$J^{1/2}\, s'(y) = \sqrt{\frac{2g}{\pi}}\; T_0. \tag{10}$$

Aplicando a Proposição 1 e o resultado (3) do exemplo, temos,

$$s'(y) = \sqrt{\frac{2g}{\pi}}\; T_0\left(\frac{1}{\sqrt{\pi y}}\right), \tag{11}$$

Agora, como $s(y) = \int_0^y \sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dy$ é o comprimento do arco da curva; e daqui resulta que,

$$s'(y) = \sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}. \tag{12}$$

Substituindo (12) em (11), tem-se,

$$1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 = \frac{A}{y}, \text{ onde } A = \frac{2g(T_0)^2}{\pi^2},$$

ou equivalentemente,

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{A-y}{y}} \tag{13}$$

Integrando a equação (13), após fazer $y = Asen^2(\theta)$, (14)

resulta,

$$x = 2A\int cos^2(\theta)\, d\theta = A\int(1+\cos(2\theta))\, d\theta = \frac{A}{2}(2\theta + sen(2\theta)) + B, \tag{15}$$

onde $B = 0$, pois $x(0) = 0$.

Portanto, as equações (15) e (14) são, respectivamente,

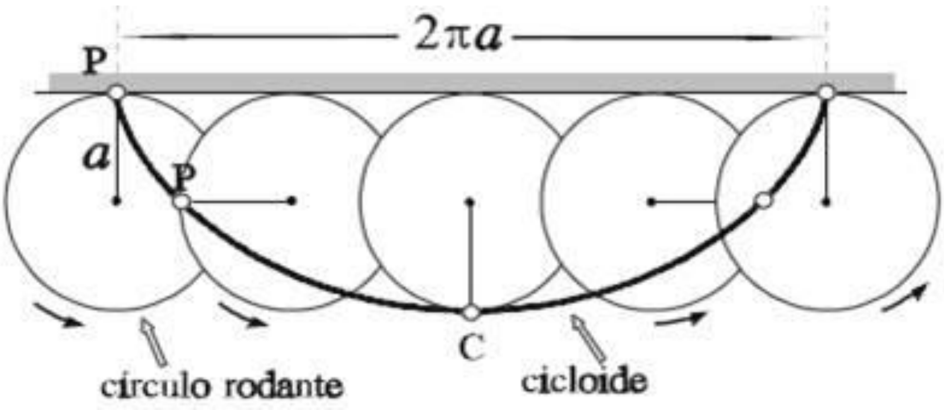
$$x = \frac{A}{2}(2\theta + sen(2\theta)) \;\text{ e }\; y = Asen^2(\theta) = \frac{A}{2}(1-\cos(2\theta)) \tag{16}$$

Finalmente, fazendo $a = \frac{A}{2}$ e $2\theta = \emptyset$, as equações (16) resultam,

$$\begin{cases} x = a(\emptyset + sen(\emptyset)) \\ y = a(1 - \cos(\emptyset)) \end{cases},$$

que são as equações paramétricas da curva procurada. Esta curva é conhecida como a *cicloide* (Fig. 1), isto é, a curva gerada por um ponto fixo P da circunferência de raio a quando esta rola, sem deslizar, sobre uma reta.

Fig. 1: Curva cicloide.



CONCLUSÃO

O problema discutido neste trabalho tem uma história muito interessante, estreitamente relacionada com a construção e o aprimoramento de cronômetros para navegação marítima cuja necessidade da época exigia um instrumento de precisão para medir a longitude, além de ter sido tema de discussões polêmicas e desafios que motivaram o desenvolvimento de novas teorias físico-matemáticos como por exemplo, os métodos infinitesimais.

Por esta razão, o Problema Mecânico de Abel foi discutido via o cálculo de ordem não inteiro, metodologia que nestas últimas décadas tem-se tornado promissória na modelagem de muitos problemas da ciência e tecnologia. Nesse sentido, a discussão apresentada neste trabalho contribui na divulgação deste importante problema científico abordado via o Cálculo Fracionário, teoria pouco conhecida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BHATTI, M. **Fractional Schrödinger Wave Equation and Fractional Uncertainty Principle**. Int. J. Contemp. Math. Sciences. 2, 943-950, 2007.

[2] CAPUTO, M. **Lectures on Seismology and Rheological Tectonics**. Univ. degli Studi di Roma. La Sapienza, 1992.

[3] DEBNATH, L**. Recent Aplications of Fractional Calculus to Science and Engineering**. Int. J. Math. Sci., 54, 3413-3442, 2003.

[4] ELSHEHAWEY, E.F; ELBARBARY, N.A.S. and El-SHAHED, M. **On the Solution of the Endolymph Equation Using Fractional Calculus.** Appl., Math., Comput., 124, 337-341, 2001.

[5] FLORES, E. and OSLER, T. **The Tautochrone under arbitrary potentials using fractional derivatives**. Am. J. Phys., 67, 718-722, 1999.

[6] GUO, X., and XU, M. **Some Physical Applications of Fractional Schrödinger Equation.** J. Math. Phys., 47, 82-104, 2006.

[7].KAMATH, S.G. **Relativistic Tautochrone**. J. Math. Phys. 33,934-940, 1991.

[8] LORENZO, C.F. and HARTLEY, T.T. **Initialization, Conceptualization and Application in the Generalized Fractional Calculus**. NASA/TP-1998-208415, 1998.

[9] LORENZO, C.F. and HARTLEY, T.T. **Initialized Fractional Calculus**. NASA/TP-2000-209943, 2000.

[10] MANDELBROT, B. **The fractal Geometry of Nature**. Freeman, San Francisco, 1992.

[11].MILLER, K.S. and ROSS, B**. An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations.** John Wiley & Sons, New York, 1993.

[12] PODLUBNY, I. **Fractional differential Equations**. Mathematics in ,Science and Engineering, Vodl.198, Academic Press, San Diego, 1999.

[13] SIMMONS, G.F. **Ecuaciones Diferenciales con Aplicciones y Notas Históricas.** Segunda Ed. McGraw-Hill, Mexico, 1993.

[14] WYSS, W. **The Fractional Black-Scholes Equation**. Frac. Cal. Appl. Anal., 3, 51-60, 2000.

ANALÍSE DE UMA ATIVIDADE PRÁTICA COMO COMPONENTE CURRÍCULAR INTERDISCIPLINAR ENVOLVENDO - GEOMETRIA ANALÍTICA, GEOMETRIA DESCRITIVA E HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO

Wellington Luis Savariz
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
wls.savariz@yahoomail.com

Henrique Higino
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
henriqueha_13@hotmail.com

Jahina Fagundes De Assis
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
jahinaf@utfpr.edu.br

Cezar Ricardo Freitas
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
cezarfreitas@utfpr.edu.br

Marcio Paulo de Oliveira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
marciooliveira@utfpr.edu.br

INTRODUÇÃO

O objetivo deste texto é apresentar e analisar uma experiência de trabalho interdisciplinar que buscou articular as disciplinas de: Construções Geométricas; Geometria Analítica e Álgebra Linear História da Educação.

A atividade, desenvolvida por acadêmicos do primeiro período do Curso de Licenciatura em Matemática, se enquadra como Atividade Prática como Componente Curricular – APCC. Segundo o Projeto Pedagógico do Curso de Matemática, as APCCs

> são atividades desenvolvidas no decorrer do curso, no interior das disciplinas, que tem o objetivo de possibilitar que os conteúdos específicos da área da matemática sejam articulados com a realidade escolar, oferecendo ao acadêmico, desde os primeiros semestres do curso, o contato com atividades que envolvam a docência (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2014, p. 93).

Dessa forma, a atividade desenvolvida pelos acadêmicos tinha o duplo desafio de articular conteúdos do Ensino Superior com a Educação Básica e, ao mesmo tempo, integrar o trabalho desenvolvido em três disciplinas diferentes do curso.

O tema trabalhado na APCC foi Translação e Homotetia e teve como objetivo trazer ao ambiente escolar uma forma dinâmica e interessante de ensinar esses conteúdos. Tanto ao Ensino Médio quanto no Ensino Fundamental.

A atividade teve o interesse de analisar materiais didáticos e apresentar também algumas atividades manuais, que poderiam ser realizadas pelos alunos dentro ou fora da sala de aula, com o intuito de motivá-los a se dedicarem ao estudo.

Sabendo que a translação e a homotetia fazem parte do conteúdo de Geometria, definimos inicialmente o que eles são, qual o significado das palavras que compõem seu~~s~~ nome~~s~~, e quem os apresentou ao mundo como preceitos matemáticos.

Em uma análise histórica descobrimos que o termo homotetia segundo Brolezzi (2014) surgiu por volta de 1827, e é derivado do grego *homo* (Similar.) e *tetia* (Posição.) o conceito de homotetia segundo Brolezzi foi criado por Michel Chasles. A homotetia se divide em duas: a ampliação e a redução, há uma razão de ampliação ou de redução.

Dentre os diversos conteúdos em geometria, as transformações geométricas possibilitam o estudo dessa disciplina de forma dinâmica, fazendo com que se observem as regularidades e propriedades geométricas. Essas transformações estão presentes nas recomendações do Ministério da Educação e Cultura (MEC), por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental (ANDRADE, 2008).

Segundo Brolezzi (2014), o termo homotetia é devido ao matemático francês Michel Chasles, em 1827, derivado do grego como composto de *homo* (similar) e *tetia* (posição).

Uma homotetia preserva os ângulos as razões entre os segmentos de reta e o paralelismo.

Felix Klein fez uso da teoria dos conjuntos para mostrar que as geometrias existentes até o século XIX podiam ser caracterizadas com a definição de conjuntos. Até esse ponto as transformações geométricas possuíam um caráter intuitivo. A partir do programa Erlanger de Klein as transformações geométricas foram formalizadas e para Klein as homotetias e semelhanças constituem o grupo principal da Geometria

Euclidiana e as isometrias formam um subgrupo das semelhanças e como características das transformações geométricas (homotetias, semelhanças e isometrias) tem-se que elas não alteram as propriedades das figuras. (MABUCHI, 2000).

O trabalho foi realizado de uma pesquisa bibliográfica sobre o assunto, e para abordá-lo de forma mais didática utilizamos o *software* livre GeoGebra, bem como o geoplano para demonstrar as construções homotéticas e de translação no decorrer do trabalho.

Apesar das transformações por homotetia e translação serem recomendadas para o quarto ciclo do Ensino Fundamental, os conteúdos a ela relacionados, como razão e proporção, ampliação e redução, semelhança e congruência, encontram-se nos diversos ciclos do Ensino Fundamental, chegado até à primeira série do Ensino Médio. Deste modo, em função da relevância desse tema e das recomendações do MEC para o Ensino Fundamental, parece importante incluir esse conteúdo no conjunto de conhecimentos matemáticos que fazem parte do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática que irão forma os futuros professores para estes níveis de ensino (ROONEY, 2012).

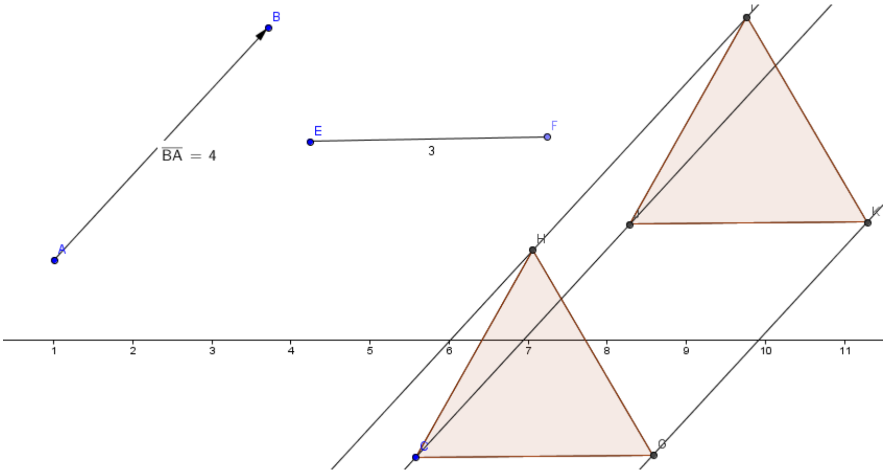
DESENVOLVIMENTO

Seguindo um roteiro criado pelos professores responsáveis, foi construída uma série de desenhos geométricos relacionando as disciplinas de Geometria Analítica e Geometria Descritiva. E nesse contexto, foi possível interpretar como as disciplinas se relacionam em Matemática, após buscando em materiais didáticos encontrados na internet foi possivel analizar quais são as tendências metodológicas contidas nos materiais.

CONSTRUÇÃO 1

Uma das atividades foi a construção da Figura 1 em como da sua descrição. Na mesma foi executada a translação do triângulo ABC, segundo um vetor de módulo 4, com direção e sentido do vetor arbitrários:

Figura 4 – Translação de um triângulo



Fonte: Os autores, 2014.

DESCRIÇÃO 1

Com um vetor partindo de direção e sentido arbitrários e módulo 4 cm é possível a partir de um triângulo conveniente e arbitrário HCO construir um triângulo equivalente H'C'O' construindo as linhas s, v e k paralelas ao vetor que respectivamente passem pelos pontos H,C,O.

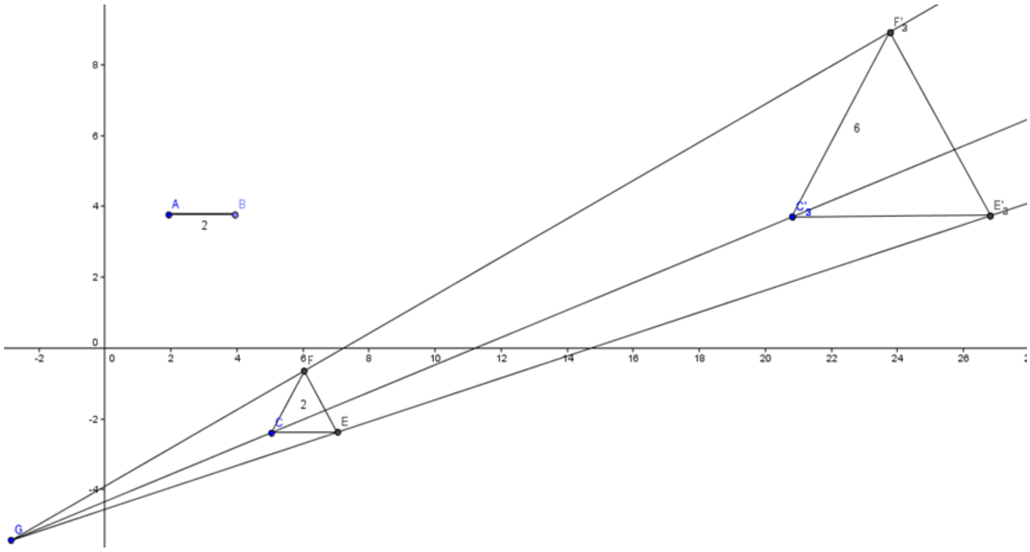
Sobre as linhas s,v,k respectivamente é possível marcar os pontos H', C', O' usando um arco com raio igual a 4 cm que parta de H para gerar H', de C para gerar C' e de O para gerar O'. Definição baseada em EUCLIDES, 1944.

Nesta construção, foi possível aplicar em Geometria Descritiva o conceito de vetor aprendido em Geometria Analítica, segundo WINTERLE sabendo que por suas características um vetor possui sentido, módulo e direção, e que a translação deve respeitar essas condições, verifica-se intuitivamente que ao mudar qualquer uma destas três características o triângulo transladado muda de posição no plano mas, isso não interfere em sua área.

CONSTRUÇÃO 2

Construir um triângulo ABC e obter a figura homotética a ABC com centro em um ponto O, arbitrário e conveniente, e de razão -3.

Figura 2 - Homotetia



Fonte: Os autores, 2014.

DESCRIÇÃO 2

Faz-se um triângulo A’B’C’ conveniente e arbitrário. No caso cada lado do mesmo tem 2 cm e marca-se um ponto O, conveniente e arbitrário que será a origem da homotetia.

Usando esquadros, é possível construir, por meio de retas paralelas, segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, cada um com um terço do tamanho do segmento de origem. Traçando um sistema de coordenadas cartesianas é possível definir a posição dos pontos ABC e A’B’C’ no plano xOy. Definição baseada em EUCLIDES, 1944.

As atividades construídas no decorrer do trabalho, possibilitaram uma melhor interpretação dos conteúdos aprendidos durante as aulas. Além de dar uma oportunidade de aplicar os conceitos formados durante o estudo. A APCC, permitiu uma interpretação mais abrangente das questões discutidas na universidade, possibilitando expandir o conhecimento ao ambiente de ensino escolar.

Nas atividades de translação temos a visualização da diferença de igualdade e equivalência, o que nos permite ensinar estes novos conceitos da forma gráfica e não somente simbólica.

ANÁLISE DE MATERIAIS DIDÁTICOS

Posterior à construção das atividades, analisamos alguns materiais didáticos (Figura 3), buscando como os conteúdos de homotetia e translação poderiam ser ensinados em sala de aula, fazendo uso dos conceitos da disciplina de História da Educação.

Figura 3 – Atividade Diferenciada

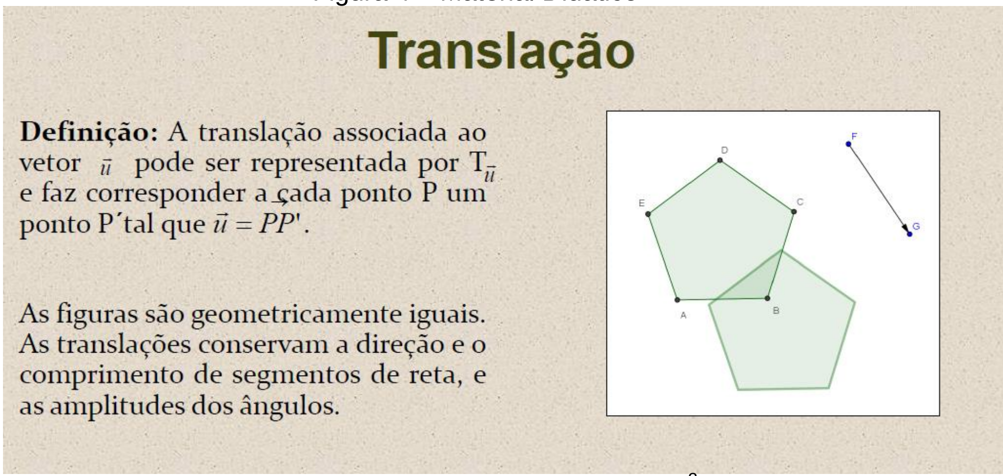
Fonte: Transformações Geométricas[1]

A imagem representa uma atividade muito comum no Ensino Fundamental. Que geralmente não é relacionada com o conteúdo de translação, porém, em uma pratica costumeiramente adotada pelo professor poderia utilizá-la para ensinar as bases do conteúdo de translação e também de equivalência, pois as figuras repetidas na atividade não são iguais, e sim, equivalentes.

Para possibilitar uma aprendizagem diferenciada, ao invés de usar desenhos a mão livre o professor poderia pedir aos alunos que desenhassem figuras geométricas como quadrados, circunferências, elipses e outros elementos da geometria elementar. A atividade também ajuda na consolidação do conceito de simetria entre objetos.

[1] Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0829/Transformacoesgeometricas-2.pdf. Acesso em: 02/08/2014

Figura 4 – Material Didático



Fonte: Transformações Geométricas[2]

A Figura 4 apresenta características associadas a um material didático, tradicional, teoria pedagógica que visa a transmissão de conhecimentos adquiridos pelo homem sistematizados logicamente, (por meio de livros com definições e teoremas escritos, sem aplicações ou abstrações), algo visível pela forma com que o autor dispõe o conteúdo. Um autor com um interesse voltado a prática, tentaria relacionar os conteúdos com aplicações no cotidiano como a construção de um objeto, como um prisma de papelão ou algo do gênero.

Ao analisar os materiais didáticos apresentados, foi possível extrair algumas noções das possíveis formas de ensinar um conteúdo a um grupo de alunos. Assim, pode-se atribuir como tarefa aos alunos diferentes tipos de atividades visando encontrar aquela que melhor se adapte à uma melhor compreensão dos alunos.

Na análise dos diferentes materiais, percebemos diferentes formas de apresentação do conteúdo, principalmente quanto ao rigor matemático. Assim, quando é preciso ensinar um conceito complexo na matemática onde os alunos sentem dificuldade é possível recorrer a algum tipo de atividade lúdica, ou ainda, aplicada a outras áreas do conhecimento.

CONCLUSÃO

A realização desta atividade estimulou a integração de conhecimentos aprendidos em diferentes disciplinas, devido a abordagem diferenciada adotada. Um

[2] Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0829/Transformacoesgeometricas-2.pdf. Acesso em: 02/08/2014

dos motivos que motivaram a realização da atividade foi a necessidade de atenção a este conteúdo que geralmente é falha dentro do Ensino Fundamental, pois, os conceitos relacionados a translação são as “raízes” para outros conceitos posteriores. Conceitos básicos de geometria são necessários à trigonometria e geometria analítica, uma falha nesta parte do conhecimento matemático poderia acarretar em problemas de aprendizagem até mesmo na universidade.

Um dos principais desafios na execução de uma APPC é o trabalho em grupo, que torna mais complexa a construção das atividades, pois a reunião de diferentes pessoas buscando resolver um mesmo problema leva a novas incógnitas que, em geral, não surgem no trabalho individual. Por outro lado, torna-o mais complexo e mais rico em conteúdo.

A divisão dos conteúdos a serem analisados também é uma adversidade dentro do trabalho em grupo já que por vezes um conteúdo se funde ao outro em determinado ponto. O que pode culminar, no momento da apresentação aos colegas, na repetição de explicações e ainda nas diferentes formas de pensar conceitos dentro de um mesmo trabalho.

Em geral, pode-se dizer que uma Atividade Prática Como Componente Curricular é uma ótima forma de testar os conhecimentos e habilidades dos alunos, avaliando também como eles provavelmente agirão em sala de aula quando se tornarem professores. A atividade realizada nos deu a possibilidade de pôr em prática o que sabíamos em teoria, ou emprestando um termo da psicologia, podemos dizer que a APCC nos testa dentro da zona de conhecimento proximal, termo usado para designar o conhecimento construído, ou seja, de uma forma com que podemos interpretar informações e buscar recursos diferentes (como de *software,* dispositivos lúdicos etc.) das provas, que geralmente avaliam apenas o conhecimento livre da interação com o mundo desconsiderando o potencial desenvolvido com o contato com materiais de pesquisa.

A integração de três conteúdos dentro de um mesmo trabalho trouxe uma nova problemática para o âmbito da execução da atividade, em que foi necessário buscar o ponto onde os conteúdos aprendidos durante o semestre em diferentes disciplinas se fundiam. Por fim, durante a execução da atividade foi possível entender um pouco mais sobre como uma APCC pode influenciar na aprendizagem, tanto na utilizada durante o curso, quanto nas possíveis situações que poderão ser enfrentadas no

Ensino Básico. Sendo assim uma Atividade Prática Como Componente Curricular, agrega uma quantidade vital de experiência e conteúdo sendo uma forma diferenciada de avaliação qualitativa.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da matemática.** 3. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2010. xv, 496 p.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **História da Geometria.** IME-USP e PUC-SP, retirado do site: < www.ime.usp.br/~brolezzibrolezzi@usp.br>. Em 02/08/2014.

COSTA, Belmiro e Rodrigues, Ermelinda (2012). **Novo Espaço - Matemática- 8.º** Disponivel em: <http://www.mat.uc.pt/~mat0829/Transformacoesgeometricas-2.pdf> Acesso em 02.ago. 2014.

EUCLIDES. **Elementos de geometria**. São Paulo, 1944: Edições Cultura. Disponível em http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/be000001.pdf 02/08/2014

MABUCHI, Setsuko Takara.**Transformações Geométricas - A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores.** 2000. Disponível em < www.sapientia.pucsp. br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=5040>. Acesso em 02/08/2014

ROONEY, Anne. **A história da matemática:** [desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito]. São Paulo, SP: M. Books, 2012. 216 p.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática. Toledo, 2014. Disponível em < http://www2.td.utfpr.edu.br/licenciatura_matematica/arquivos/Documentos/PPC.pdf> Acesso em 14. set. 2014.

WINTERLE, Paulo. **Vetores e Geometria Analitica.** 1ª ed. São Paulo: Makron Books, 1987.

APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON PARA MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO CIVIL

Igor Andre Albino Koakoski
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
igor_koakoski@hotmail.com

Jennifer Stephane Ozelame
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
jennifer.ozelame@hotmail.com

Luís Gustavo Valentini Buzanelo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
lgvb2005@hotmail.com

Rafael Filipak Siqueira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
filipakrafael@gmail.com

Rodinei Magalhães
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
rodinei_rod@hotmail.com

Márcia Regina Piovesan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
piovesan.marcia@gmail.com

RESUMO

As equações diferenciais integrais são, em sua essência, uma importante ferramenta matemática para muitas áreas da ciência e da engenharia. Isso porque, elas auxiliam na descrição do problema analisado em termos matemáticos. Sendo que, a partir de suas formulações, é possível compreender o comportamento de um determinado fenômeno físico. Diante disso, conduziu-se um procedimento experimental com o intuito de evidenciar a coerência do estudo das equações diferenciais no curso de Engenharia Civil e a aplicabilidade da Lei de Resfriamento de Newton. Para tal, foram aquecidos em estufa alguns dos materiais mais utilizados na construção civil e, posteriormente, foram aferidas suas temperaturas em diferentes intervalos de tempo. De posse dos dados obtidos em laboratório, foi possível modelar uma equação que rege a taxa de resfriamento dos materiais e, com ela, determinar o tempo decorrido para o equilíbrio térmico, bem como, inferir a temperatura em qualquer instante de tempo.

Palavras-chave: Equações Diferenciais Ordinárias; Resfriamento de Newton; Materiais de Construção Civil.

INTRODUÇÃO

A matemática é, certamente, a melhor forma de descrever a dinâmica de eventos físicos. Muitas formulações matemáticas facilitam o aprendizado de outras disciplinas e, ainda, são as ferramentas para a solução de problemas de engenharia. Por isso, ela é fundamental no desenvolvimento da base científica de qualquer engenharia.

Todavia, é necessário que ao longo dos cursos de engenharia os alunos possam visualizar na prática as aplicações dos conteúdos teóricos de matemática abordados em sala de aula. Isso, para que haja motivação e que se identifiquem quais das matérias estudadas são realmente relevantes para desenvolvimento do curso de engenharia.

Assim sendo, realizou-se um experimento em laboratório com algum dos materiais mais utilizados na construção civil, a fim de determinar as condições de contorno específicas de cada material durante seu aquecimento e posterior resfriamento. Com os dados obtidos, modelou-se uma equação diferencial baseada na Lei de Resfriamento de Newton que descreve a variação de temperatura de um corpo em relação ao tempo.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

TEORIA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

De acordo com ZILL (2007), equação diferenciável é *"uma equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis independentes".* Ou seja, as equações diferenciais envolvem uma função incógnita e suas derivadas, e esta é dita ordinária se a função incógnita depende apenas de uma variável independente e a sua ordem é a mesma da mais alta derivada que aparece na equação.

A seguir, tem-se a forma geral de uma equação diferencial de primeira ordem:

$$f(x,y,y') = 0$$

A qual pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

Portanto, uma equação de primeira ordem da seguinte forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)}$$

é chamada separável ou tem variáveis separáveis (ZILL, 2007).

Logo, se pode escrever a equação na forma:

(1) $$h(y)dy + g(x)dx = 0$$

Observa-se que é possível separar as funções de modo que cada membro da igualdade somente possua um tipo de variável e assim pode-se realizar a integração de cada membro por um processo simples, encontrando por fim uma solução.

Para o experimento realizado envolvendo a Lei de Resfriamento de Newton aplicada a materiais da construção civil, tem-se uma equação diferencial de primeira ordem linear, semelhante a equação (1), a qual será modelada e estudada através do método de Equação Diferenciais Ordinárias Separáveis.

Lei de Resfriamento de Newton

A Lei de Resfriamento de Newton, a qual também é aplicável para aquecimento, afirma que a taxa de variação de temperatura T(t) de um corpo em resfriamento ou aquecimento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura constante, T_m do meio ambiente (ZILL, 2007).

De acordo com BRONSON e COSTA (2008), a Lei de Resfriamento de Newton determina que *"a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante".*

Portanto, a taxa de variação da temperatura do corpo é $\frac{dT}{dt}$ e a lei de Newton relativa à variação de temperatura pode ser formulada como:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - Tm)$$

Em que k é uma constante de proporcionalidade que depende do material com que o corpo foi construído, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente.

No caso do corpo estar em processo de aquecimento, a variação da temperatura do corpo é formulado como:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - Tm)$$

Tanto para o aquecimento, quanto ao resfriamento, a solução geral dessa equação pode ser obtida por variáveis separáveis.

Metodologia

Materiais Utilizados

a. Termômetro infravermelho;
b. Madeiras (Tauarí e Pinheiro);
c. Tijolo cerâmico maciço;
d. Bloco cerâmico;

e. Corpo de prova de concreto;
f. Vergalhões de aço (8 mm, 12.5 mm e 20 mm);
g. Estufa.

Fotografia 1 – Materiais utilizados no ensaio.
Fonte: Acervo pessoal, 2014.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Após coletados e identificados, os materiais foram colocados em estufa com temperatura previamente calibrada em (60 ± 5) ºC, a fim de aquecerem. Todos os corpos de prova ensaiados, madeiras, tijolo maciço, bloco cerâmico, concreto e vergalhões permaneceram em repouso dentro da estufa por um período de aproximadamente 30 (trinta) minutos.

Em seguida, um a um, os materiais foram sendo retirados da estufa para a aferição de suas temperaturas. Para tal, foi utilizado um termômetro infravermelho. As medidas foram feitas num intervalo de 2 (dois) minutos, totalizando 4 (quatro) temperaturas diferentes.

As temperaturas obtidas através do termômetro foram organizadas numa tabela para a posterior realização dos cálculos. Sendo que, a partir destes dados conseguiram-se as condições para determinar a constante de resfriamento do material e, consequentemente, determinar o seu tempo de resfriamento através da modelagem da equação diferencial ordinária.

Fotografia 2 – Materiais colocados na estufa.
Fonte: Acervo pessoal, 2014.

Fotografia 3 – Medição da temperatura.
Fonte: Acervo pessoal, 2014.

1.1 Dados Experimentais

Tabelas 1 e 2 – Dados coletados dos referentes materiais de construção civil

Intervalo	Tempo (min)	Madeira Tauari	Madeira Pinheiro	Tijolo Maciço	Bloco Cerâmico
		Temperatura (^oC)			
1	0	47,3	42	37,2	55,3
2	2	41,1	38	35,6	50,4
3	4	38,9	36	34,8	47,4
4	6	36,9	34	34,4	44,9

Intervalo	Tempo (min)	Concreto	Vergalhão 20 mm	Vergalhão 12,5 mm	Vergalhão 8 mm
		Temperatura (^oC)			
1	0	42	58,3	53	48,4
2	2	39,7	54,6	48,9	45,8
3	4	38,1	52,8	46,8	40,4
4	6	37	50,9	44,1	37,8

Modelagem da EDO e Dados Numéricos

A lei de resfriamento de Newton pode ser formulada como:

$$\frac{dT}{dt} = -k\,(T - T_m)$$

em que:

$\frac{dT}{dt}$ é a variação da temperatura em relação ao tempo;

k é um coeficiente de proporcionalidade, que depende da superfície exposta, do calor especifico do corpo e também das características ambientais e climáticas;

T é a temperatura inicial do corpo;

T_m é a temperatura ambiente.

Para modelagem da equação diferencial ordinária correspondente, tem-se que a temperatura ambiente T_m = 23,5ºC.

Modelando a EDO:

$$\frac{dT}{(T-23{,}5)} = -k\,dt$$

$$\int \frac{dT}{(T-23{,}5)} = \int -k\,dt$$

$$\ln(T-23{,}5) = -kt + C$$

$$e^{\ln(T-23{,}5)} = e^{-kt+C}$$

$$T - 23{,}5 = e^{-kt+C}$$

Obtêm-se então a equação genérica para a Lei de Resfriamento de Newton:

$$T(t) = 23{,}5 + Ce^{-kt}$$

Todos os ensaios executados foram realizados a uma temperatura ambiente T_m de 23,5˚C. Através do procedimento experimental aferiram-se para o tijolo cerâmico temperaturas $T_{(0)}$ = 37,2˚C e $T_{(2)}$ = 35,6˚C. Através dos cálculos referentes procura-se estimar o tempo necessário para que o corpo atinja a temperatura ambiente aproximada:

$$T_{(t)} = 23{,}5 + Ce^{-kt}$$

$$T_{(0)} = 23{,}5 + Ce^{0}$$

$$37{,}2 = 23{,}5 + C$$

$$C = 13{,}7$$

$$T_{(t)} = 23{,}5 + 13{,}7e^{-kt}$$

$$T_{(2)} = 23{,}5 + 13{,}7e^{-2k}$$

$$35{,}6 = 23{,}5 + 13{,}7e^{-2k}$$

$$\frac{35{,}6 - 23{,}5}{13{,}7} = e^{-2k}$$

$$\ln(0{,}883) = -2k$$

$$k = \frac{-0{,}124}{-2}$$

$$k = 0{,}062$$

Logo, a equação geral para o tijolo maciço é dada por:

$$T_{(t)} = 23{,}5 + 13{,}7e^{-0{,}062t}$$

O tempo necessário para atingir a temperatura ambiente é:

$$23{,}6 = 23{,}5 + 13{,}7e^{-0{,}062t}$$

$$\ln\left(\frac{23{,}6 - 23{,}5}{13{,}7}\right) = -0{,}062t$$

$$t = 79{,}354\,min$$

Um cálculo similar foi realizado para os outros materiais, e obteve-se uma equação geral que representa cada sistema, bem como a temperatura estimada para alcançar-se a temperatura ambiente, que pode ser observado na tabela abaixo:

Tabela 3 – Tempo necessário para os materiais atingirem a temperatura ambiente

Material	Madeira Tauari	Madeira Pinheiro	Tijolo Maciço	Bloco Cerâmico	Concreto	Vergalhão 20 mm	Vergalhão 12,5 mm	Vergalhão 8 mm
Tempo (min)	36,240	42,790	79,354	68,596	79,096	104,504	75,826	100,317

Resultados e Discussões

Os resultados obtidos experimentalmente nos comprovam que a constante de proporcionalidade (k) varia de acordo com a superfície exposta, calor específico do corpo, massa e também com as características do meio ambiente. Em outras palavras, não se pode generalizar seu valor numérico, a menos que se trate de materiais produzidos no mesmo lote e em condições ambiente iguais.

Para fins comparativos, os dados obtidos através da equação modelada foram conferidos com os dados experimentais, os quais podem ser verificados nas tabelas a seguir:

Tabela 4 e 5 – Comparativo entre os valores aferidos e calculados

Tempo	Madeira Tauarí		Madeira Pinheiro		Tijolo maciço		Bloco cerâmico	
	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado
0 min	47,3°C	47,3°C	42°C	42°C	37,2°C	37,2°C	55,3°C	55,3°C
2 min	41,1°C	41,096°C	38°C	37,994°C	35,6°C	35,602°C	50,4°C	50,382°C
4 min	38,9°C	36,501°C	36°C	34,856°C	34,8°C	34,191°C	47,4°C	46,225°C
6 min	36,9°C	33,118°C	34°C	32,398°C	34,4°C	32,944°C	44,9°C	42,711°C

Tempo	Bloco de concreto		Vergalhão 8 mm		Vergalhão 12,5 mm		Vergalhão 20 mm	
	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado	Aferido	Calculado
0 min	42°C	42°C	48,4°C	48,4°C	53°C	53°C	58,3°C	58,3°C
2 min	39,7°C	39,712°C	45,8°C	45,806°C	48,9°C	48,891°C	54,6°C	54,613°C
4 min	38,1°C	37,708°C	40,4°C	43,483°C	46,8°C	45,354°C	52,8°C	51,316°C
6 min	37°C	35,951°C	37,8°C	41,401°C	44,1°C	42,310°C	50,9°C	48,369°C

A comparação entre as temperaturas aferidas no laboratório e as calculadas por meios matemáticos nos permite afirmar que, apesar das variações de fatores externos, a equação encontrada para modelar a taxa de resfriamento dos materiais ensaiados é válida. Isso porque, os resultados obtidos pelo modelo e pelo instrumento de aferição apresentaram pequena diferença entre si e ainda, se encontraram dentro da margem de erro prevista pelo fabricante do termômetro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude dos resultados obtidos no ensaio, pode-se ratificar o emprego das equações diferenciais na descrição e compreensão de fenômenos físicos. Em especial, sua aplicação na determinação do tempo de resfriamento ou aquecimento de diferentes materiais utilizados na construção civil, conforme abordado neste trabalho.

A equação modelada pode nos indicar o tempo decorrido até que se atinja o equilíbrio térmico entre os corpos de prova ensaiados e o meio ambiente, e também mostrar qual seria a temperatura de determinado material em qualquer instante de tempo. Estes conhecimentos, somados a outros, são de grande valia para a indicação de materiais de construção para situações específicas. Diante do exposto, fica evidente a importância e relevância dos conteúdos da disciplina e suas implicações para o desenvolvimento dos cursos de engenharia como um todo.

REFERÊNCIAS

BRONSON, R.; COSTA, G. **Equações Diferenciais**. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais**. Vol 1. 3ª ed. São Paulo: Makron, 2007.

TEORIA DE GRAFOS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Katieli Ferreira Alcantara
Unioeste
katieli.alc.ferreira@gmail.com

Vanessa L. C. de Almeida Klaus
Unioeste
Vanessa_matematica@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

Tem-se observado nos dias de hoje que a sociedade vem sofrendo transformações rápidas devido à presença marcante da tecnologia e seus avanços, principalmente no que diz respeito à informática. Um exemplo são as redes sociais de comunicação como o *facebook*[1]. A construção de redes sociais envolve o desenvolvimento de estudos matemáticos, como a Matemática Discreta, a qual dispõe de conceitos e um conjunto de técnicas que podem expressar situações aplicadas à Ciência da Computação. No caso das redes sociais, a Teoria de Grafos, um conceito da Matemática Discreta, explica a estrutura topográfica que as caracterizam.

Este artigo parte do desenvolvimento de monografia que almeja retratar a importância do estudo de Grafos na Educação Básica. Um dos motivos da pesquisa do tema deve-se ao fato deste ser pouco abordado por grande parte dos professores da Educação Básica. Considera-se ainda, à existência de situações do dia a dia que podem ser analisadas, investigadas e solucionadas por meio desta Teoria. Nesse contexto, acredita-se a abordagem da Teoria de Grafos pode promover nos estudantes reflexões, tomadas de decisões acerca de problemas combinatórios[2], como exemplo, "determinar a rota mais curta em uma rede de transporte ou determinar um eficiente trajeto de coleta de lixo em uma cidade" (BRASIL, 2006, p.94).

Diante do que foi exposto, questiona-se: De que maneira o assunto Grafos poderia ser trabalhado na Educação Básica? Considera-se este tema bastante importante para o currículo básico de ensino. Com isso, propõe-se, apresentar

[1]O *Facebook* é uma rede social que reúne pessoas a seus amigos e àqueles com quem trabalham, estudam e convivem. Disponível em: <https://pt-br.facebook.com/>. Acesso em: 01 de out. 2014.
[2]Aqueles que podem ser resolvidos pelo Princípio Fundamental da Contagem.

algumas reflexões sobre a inserção dessa teoria nas séries do Ensino Fundamental e Médio e, ainda, apresentar problemas que possam ser resolvidos por meio da Resolução de Problemas com a finalidade de que os alunos apropriem-se desse conhecimento de forma diferenciada, e possam enxergar a Matemática não como “um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro” (BRASIL, 1998, p. 24), e sim compreendê-la como

> [...] uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância (BRASIL, 1998, p. 24).

Com isso, procura-se, aqui, apresentar como é o tratamento da Teoria de Grafos na Educação Básica, de forma a realizar teoricamente uma breve discussão e reflexão sobre a inserção do estudo da Teoria de Grafos na Educação Básica e apresentar um problema voltado para a Educação Básica que pode ser resolvido pela Teoria, bem como alguns encaminhamentos metodológicos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo faz parte de um trabalho de monografia, o qual tem por objetivo investigar a abordagem da Teoria de Grafos na Educação Básica, cuja pesquisa é predominantemente qualitativa de cunho interpretativo, com base na análise bibliográfica, considerando que a mesma procura “explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em artigos, livros, dissertação e teses” (CERVO; BERVIAN; SILVA; 2007, p.60).

Tem-se, aqui, a intenção de, em um primeiro momento, apresentar uma breve abordagem a respeito do estudo da Teoria de Grafos no Ensino Fundamental e Médio. No segundo momento, descrever um pouco sobre a metodologia de Resolução de Problemas para que, assim, no terceiro momento, apresentar um problema que possa ser trabalhado mediante a metodologia de Resolução de Problemas. Pretende-se, também, mostrar uma resolução desse problema e alguns encaminhamentos metodológicos, descrevendo-os de maneira detalhada de forma que este possa servir de material didático para futuros professores e professores de Matemática da rede básica de ensino.

GRAFOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Segundo Bria (2004), o estudo de Grafos possui diversas aplicabilidades

> [...] (em inúmeras áreas do conhecimento humano, diversificadas situações-problema de nosso próprio dia-a-dia, jogos em geral...), exerce forte atração sobre quem passa a conhecê-lo e vem “como luva” ao encontro de nossos PCN: interdisciplinaridade, transversalidade, contextualização (BRIA, 2004, p.1).

Consoante com Dall’asta, Gaudério, Pereira (2011), Grafos não é apenas uma Teoria que se aplica aos estudos da Matemática Discreta do Ensino Superior, mas também na Educação Básica. Este assunto pode ser inserido em diversas áreas, por exemplo, a Biologia e a Física, as quais se utilizam de seus conceitos teóricos para solucionar problemas sociais.

Apesar de o assunto em questão não aparecer com frequência nos planejamentos de ensino, talvez por causa do desconhecimento dos professores na utilização do mesmo, é possível encontrar indícios de que a Teoria de Grafos está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois, sobre os objetivos curriculares do Ensino Fundamental e Médio, estes apontam que a Educação Básica

> [...] deve dar conta de temas pertinentes que contribuam para o pleno desenvolvimento do cidadão que se deseja formar. Percebemos nos últimos anos a inclusão de temas como Probabilidades e Estatística tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. A Matemática Discreta é, com certeza, um desses temas com que a Matemática da Escola Básica deve se ocupar (BÚRIGO; et al, 2012, p. 215).

Ainda, segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), problemas relativos à Matemática Discreta poderiam ser trabalhados nas escolas. O documento menciona um exemplo clássico – o problema das “Pontes de *könisberg*”:

> [...] dado um conjunto de sete ilhas interligadas por pontes, a pergunta que se coloca é: “Partindo-se de uma das ilhas, é possível passar pelas demais ilhas e voltar ao ponto de partida, nisso cruzando cada uma das pontes uma única vez?” (BRASIL, 2006, p. 94).

Ainda de acordo com as orientações curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), problemas dessa natureza podem ser estruturados via Grafo, em que cada ilha pode ser representada por pontos, os quais seriam os vértices e as pontes um segmento ligando dois pontos, as arestas. Então, o problema já estruturado poderia ser investigado identificando ou não possíveis soluções.

Para Jurkiewicz, Junior (2007, p. 425) “[...] as atividades de Grafos realizadas em sala de aula não somente apontam, mas também contribuem potencialmente para a compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos nos processos produtivos [...]”.

Resolução de Problemas como estratégia metodológica

De acordo com Sepúlveda e Ormachea (2007), a Resolução de Problemas como uma estratégia de ensino pode proporcionar ao professor de Matemática realizar um trabalho significativo com os alunos. Esta, por sua vez, permite segundo Almeida, Buriasco (2011, p. 31) “[...] que os estudantes possam desenvolver suas destrezas para resolver diversos problemas, valorizando a riqueza e a variedade de recursos que a Matemática oferece, tendo assim, uma maior oportunidade de aprender a matematizar situações”. Segundo Romanatto (2012):

> [...] No processo de ensinar e aprender ideias, propriedades e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os estudantes precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (ROMANATTO, 2012, p. 302).

Nesse sentido, a Resolução de Problemas proporciona um espaço de investigação e, ainda, provoca um processo de pensar matemático nos alunos, fazendo com que eles busquem procedimentos e estratégias para a solução de um determinado problema que a priori não é conhecido.

É importante ressaltar que o tema Resolução de Problemas como metodologia de ensino possui diversos entendimentos no âmbito da Educação Matemática (POLYA, 1978; ONUCHIC, 1999; RABELO, 2002; outros). Para Branca (1997), a Resolução de Problemas é uma expressão que pode ter vários significados, como: uma meta, um processo e uma habilidade básica. Almeida, Buriasco, (2009, p. 27) colocam que a “[...] Resolução de Problemas tomada como processo passa a ser estratégia de ensino que promoverá o desenvolvimento do processo de matematização"[3].

Segundo Almeida (2009, apud SUYDAM, 1997), a caracterização de um processo de Resolução de Problemas pode ser especificada em quatro etapas: Compreensão do problema; Planejamento de como resolver o problema (formular hipóteses); Resolver o problema (linguagem matemática, representação); Resolver o problema e a solução (validação).

PROBLEMA DO MENOR CAMINHO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS [4]

Como a Resolução de Problemas parte do problema para apresentar alguns conceitos da Teoria de Grafos, sugere-se, então, algumas orientações metodológicas para a resolução do "Problema do Carteiro"[5].

Figura 1: Problema do Carteiro

Um carteiro, deslocado para trabalhar em outra região da cidade, quer descobrir um percurso para a entrega da correspondência diária em que, saindo do posto dos Correios, passe por todas as ruas, nunca passe por trecho de rua pelo qual já tenha passado e, quando da entrega pela última rua, já esteja voltando ao posto inicial. Para tal região, isto é possível?

Fonte: Bria (2004, p. 7)

Neste problema, o professor poderá dar um tempo determinado para o aluno realizar uma leitura do enunciado e produzir uma compreensão do problema. Feito isso, poderá questionar os alunos sobre a possibilidade do carteiro, partindo do posto de correios, passar por todas as ruas uma única vez, entregando as cartas, e voltar ao posto inicial. Assim, ele contribuirá para o aluno realizar um planejamento de como

[3] Para identificar a realização ou não de um processo de matematização consideram-se: "a escolha da matemática que o aluno entendeu como sendo útil ao problema (a estratégia utilizada); a tradução do problema para uma forma de "modelo" matemático (expressões, equações, funções, etc); a utilização de ferramentas e recursos adequados para a resolução do problema; a argumentação quando apresentada" ALMEIDA (2009, p.40).

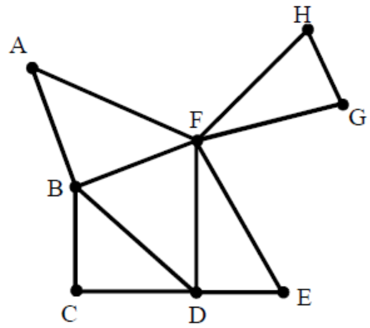
[4] Adaptação da atividade proposta em: BRIA, J. Conheça Grafos: Interdisciplinaridade e Contextualização. Educação Matemática: um compromisso social. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais**...Recife: UFPe, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC31304036715.pdf>. Acesso em 17 ago. 2014.

[5] Este problema pode ser trabalho tanto nas séries do Ensino Fundamental, quanto do Ensino Médio.

resolver o problema. Ainda, o professor poderá explorar a impossibilidade de o percurso existir.

Para representar a situação do problema do Carteiro, o professor poderá sugerir aos alunos para que registrem seus escritos em forma de diagramas, para facilitar a compreensão do que é um grafo. Por exemplo:

Figura 2: Representação



Fonte: Bria (2004, p.8)

De maneira simples, Grafo pode ser definido como sendo uma estrutura que possui um conjunto de vértices (V), e um conjunto de arestas (A'). Na figura 2 as letras representam os vértices e as ruas as arestas. Aqui, o professor poderá indagar aos alunos sobre vértices e arestas, noção de conjunto, elementos estes que, possivelmente, já foram apresentados em algum momento.

Utilizando de tais informações, o professor poderá investigar com os alunos algumas relações existentes entre os números de vértices e arestas, bem como o grau do vértice, soma dos graus, grau ímpar e grau par, entre outras, na finalidade de construir a definição de tipos de Grafos, e outros resultados elementares da teoria.

Segundo Bria (2004),

> Existe percurso que passa por todas as arestas de um grafo sem repetir nenhuma **se, e somente se,** o grafo possui todos os vértices de grau par ou exatamente dois vértices de grau ímpar; no primeiro caso, os vértices inicial e final do percurso coincidem; no segundo, os vértices de grau ímpar são os inicial e final do percurso (BRIA, 2004, p.8).

Para resolver o problema do Carteiro, o professor, por meio da contagem, poderá instigar os alunos a compreenderem um grafo de grau par ou ímpar. "Quando existe uma aresta ligando dois vértices dizemos que os vértices são adjacentes e que a aresta é incidente aos vértices" (p. 15). Segundo Jurkiewicz (2007), "[...] o número de vezes que as arestas incidem sobre o vértice (V) é chamado grau do vértice (V), e pode ser simbolizado por d(V)" (p. 15). No problema do Carteiro, d(A) = 2 e d(B) = 4. Alguns questionamentos que o professor poderá levantar: Qual é o grau de cada vértice do percurso? Qual é a soma desses graus? Qual o número de arestas? Existe alguma relação entre a soma dos graus dos vértices e a quantidade de arestas? A intenção é que o professor venha apresentar o teorema "A soma dos graus dos vértices de um grafo é sempre o dobro do número de arestas" e o corolário "Todo grafo G possui um número par de vértices de grau ímpar".

Nesta etapa, os alunos com o professor poderão verificar o teorema e o corolário substituindo as informações e confrontando-as com a solução. No caso do problema do Carteiro, é possível realizar o percurso, pois todos os graus dos vértices são pares[6].

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação teve a finalidade de mostrar que o estudo da Teoria de Grafos voltada para a Educação Básica é de suma importância para a educação de conceitos e propriedades da Matemática, Matemática Discreta, devido a suas inúmeras aplicabilidades em diferentes áreas do conhecimento. Dessa forma, a presente pesquisa, a qual se direcionou na linha de estudo "Tendências metodológicas na Educação Matemática", pretendeu apresentar a importância do professor como articulador nesse processo de ensino e aprendizagem da Matemática por meio desta Teoria através da Resolução de Problemas.

Enfim, acredita-se que este artigo, parte de um trabalho de monografia ainda em desenvolvimento, possa ser um aliado do processo de matematizar do estudante.

[6]Esta solução poderia ser encaminhada de uma forma diferente envolvendo a aplicação de um método alternativo, como o método de Dijkstra. Este algoritmo serve para determinar o problema do menor caminho, e segundo Jurkiewicz (2007) "[...] (até hoje não se encontrou forma melhor) foi criado por Edsger Wybe Dijkstra, em 1952" (JURKIEWICZ, 2007, p. 31).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. L. C. de; BURIASCO, R. C. de. Processo de Matematização: investigação de registros escritos de alunos de licenciatura e bacharelado em Matemática. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.4, n.1, p.27- 43, mai 2011. Disponível em: <http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/vanessa.pdf> Acesso em 18 ago. 2014.

ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras**: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processos e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E.; Tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Ministério da Educação (MEC). Secretaria da Educação Básica (SB), Departamento de Políticas de Ensino Médio, Brasília, MEC, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática– ensino de 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRIA, J. Conheça Grafos: Interdisciplinaridade e Contextualização. Educação Matemática: um compromisso social. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais**...Recife: UFPE, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC31304036715.pdf>. Acesso em 17 ago. 2014.

BÚRIGO, E. Z. et. al. **A Matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens**. Porto Alegre: Editora: UFRGS, 2012. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro1-matematica_escola.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2014.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. da. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

DALL'ASTA, M. N.; GAUDÉRIO, E. G.; PEREIRA, E. C. Teoria de Grafos e Aplicações Cotidianas no Ensino Fundamental. **Revista UDESC em Ação**, v.5, n.1, 2011. Disponível em: < http://www.revistas.udesc.br/index.php/udescemacao/article/viewFile/2236/pdf_71 >. Acesso em: 17 ago. 2014.

JURKIEWICZ, S. **Grafos: Uma introdução.** OBMEP**,** 2009. Disponível em <http://www.obmep.org.br/docs/Apostila5-Grafos.pdf >. Acesso em: 19 de ago de 2014.

JURKIEWICZ, S.; JUNIOR, I. M. Qual é o menor caminho? (conceitos, aplicações e experiências no ensino médio com Teoria dos grafos & algoritmos). In: XXXIX SBPO A Pesquisa Operacional e o Desenvolvimento Sustentável. **Anais**... Fortaleza: 2007. Disponível em <www.din.uem.br/sbpo/sbpo2007/pdf/arq0002.pdf>. Acesso em: 19 de ago de 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Perspectivas em Educação Matemática**. São Paulo, 1999, v. único, p. 199-218.

POLYA, G. A. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, 1978.

RABELO, Edmar Henrique. **Textos matemáticos: produção, interpretação e resolução de problemas**. 4 ed. Petrópolis, RJ: vozes, 2002.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em> 19 ago. 2014.

SEPÚLVEDA, J. C.; ORMACHEA, C. del P. Resolución de problemas y contextos matemáticos. **Unión**, n. 12, p.27-39, dez. 2007.

SUYDAM, M. N. Desempenhando pistas a partir da pesquisa cobre resolução de problemas. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E.; tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p. 49-73.

ÁNALISE ESTATÍSTICA DA CONTA DE ÁGUA DOS ACADÊMICOS EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Maiara Cristina dos Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
maiarautfpr@gmail.com

Geise Thaiana Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
geisetsantos@gmail.com

Rosângela Aparecida Botinha Assumpção
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
rosangelaa@utfpr.edu.br

INTRODUÇÃO

O uso da estatística em sala de aula tem o objetivo de aplicar procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente no dia-a-dia do aluno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) salientam que, para ampliar a compreensão dos alunos em estatística é de suma importância fazer resumos estatísticos e interpretar resultados é fundamental, pois permite a apreensão do significado e da importância das medidas de tendência central em uma pesquisa, ou seja, a média, a moda e a mediana (BRASIL, 1998).

O estudo dos dados da conta de água de cada residência de uma turma de estudantes, por exemplo, pode ser uma maneira de fazer com que os alunos se envolvam na busca do conhecimento estatístico, utilizando a estatística descritiva.

Com isso, surgiu a ideia da pesquisa. Os questionários foram aplicados aos estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática. A partir dos dados obtidos foram levantadas reflexões sobre os dados coletados, no sentido do que poderia ser explorado com os dados da pesquisa em estatística, e percebendo o que talvez os alunos pudessem explorar em sala de aula caso a mesma pesquisa fosse realizada.

MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa realizada no ano de 2014 tem como objetivo analisar a conta de água de 26 alunos, residentes na zona urbana de Toledo – PR. Os dados foram coletados por meio de um questionário aplicado para acadêmicos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, os quais são de diversos períodos do curso de

Licenciatura em Matemática, estes responderam um questionário referente à conta e consumo de água, e quantidade de pessoas residentes nas suas respectivas casas.

Para análise dos dados da pesquisa utilizou-se as variáveis quantitativas e qualitativas. As variáveis quantitativas são, por exemplo, números de pessoas na residência, valor total pago pela conta de água e valor pago pelo tratamento de esgoto, pois seus possíveis valores são números. Já as variáveis qualitativas apresentam como possível valor uma qualidade dos indivíduos pesquisados, como por exemplo, se tem tratamento de esgoto na residência. As variáveis qualitativas são classificadas como nominais e ordinais. Enquanto que as variáveis quantitativas são classificadas como discretas e contínuas (DANTE, 2008).

As tabelas e gráficos são formas de organizar dados, para isso, foi utilizado o programa Microsoft Office Excel (2010). Foram utilizadas as medidas de posição, como média, moda, mediana, medidas de dispersão ou variabilidade e assimetria.

RESULTADOS

A primeira variável analisada é o número de pessoas que residem em cada domicílio. Esta variável é classificada como quantitativa discreta. Com base nos dados, a quantidade de pessoas que moram nas casas pesquisadas varia entre 2 e 7 pessoas e a média aritmética da mesma é 4,5 como mostra na tabela 1.

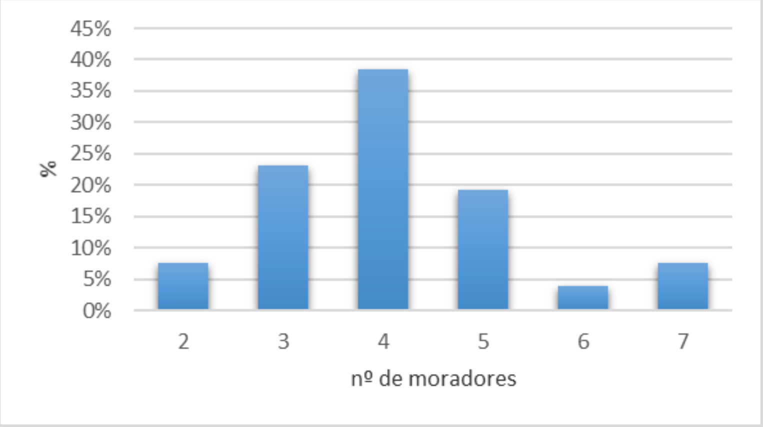
Tabela 1 – Distribuição da quantidade de pessoas

Número de pessoas na casa	**Alunos**
2	2
3	6
4	10
5	5
6	1
7	2

Fonte: Autoria própria.

Observe-se no gráfico 1, a distribuição da porcentagem do número de pessoas na casa. A maioria (38%) tem quatro pessoas.

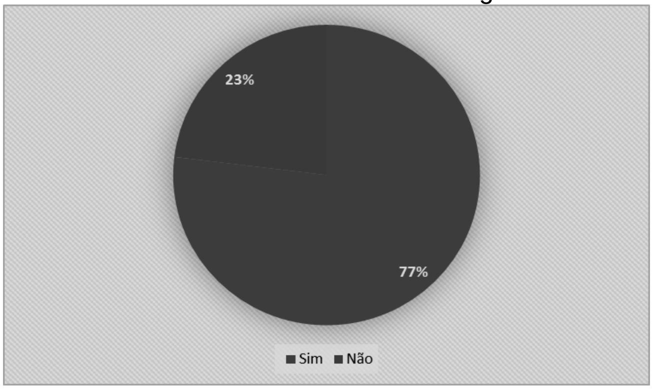
Gráfico 1 – Porcentagem de pessoas na residência dos alunos



Fonte: Autoria própria.

O gráfico 2, é uma variável qualitativa nominal, onde mostra se a residência possui tratamento de esgoto. Podemos perceber que a maioria dos alunos (73%) que responderam o questionamento, tem tratamento de esgoto em sua residência, e isso é um ponto positivo.

Gráfico 2 – Tratamento de Esgoto



Fonte: Autoria própria.

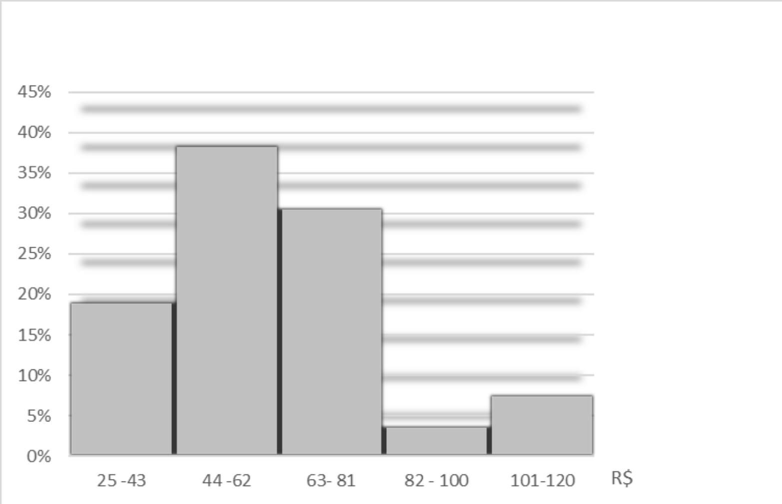
Analisou-se também se as residências possuíam água tratada, sendo esta variável também classificada como qualitativa nominal. Em 100% dos questionários a resposta foi sim, portanto mostrou que todas as residências dos acadêmicos possuem água tratada.

O gráfico 3, é um histograma já que a variável é quantitativa contínua e com intervalos de classes. A variável é o valor total pago pela conta de água. Observe que existe uma discrepância muito grande entre os valores pagos o que se justifica analisando a média aritmética ($\bar{x}$) que é R$ 58,64, já moda (Mo) é trimodal com estes valores diferentes (R$ 25,14; R$ 45,25; R$ 65,61) e a mediana (Me) R$ 55,00.

Calculando o desvio padrão se obtém R$ 18,72. Analisando o coeficiente de variação (C.V.) de acordo com Martins, existem algumas regras empíricas para interpretações, terá baixa dispersão se C.V.< 15%, média dispersão 15% < C.V. < 30% e elevada dispersão se C.V. ≥ 30%. (MARTINS, 2001). Então, calculado o coeficiente de variação do valor total pago pela conta de água, obtém-se 31% o qual mostra que o conjunto de dados apresenta alta dispersão.

Analisando o histograma gráfico 3 percebe-se que existe distribuição assimétrica à direita ou positiva, e isso se justifica, pois as medidas de posição são da seguinte forma $\bar{x}$ > Me> Mo.

Gráfico 3 – Valor total da conta de água

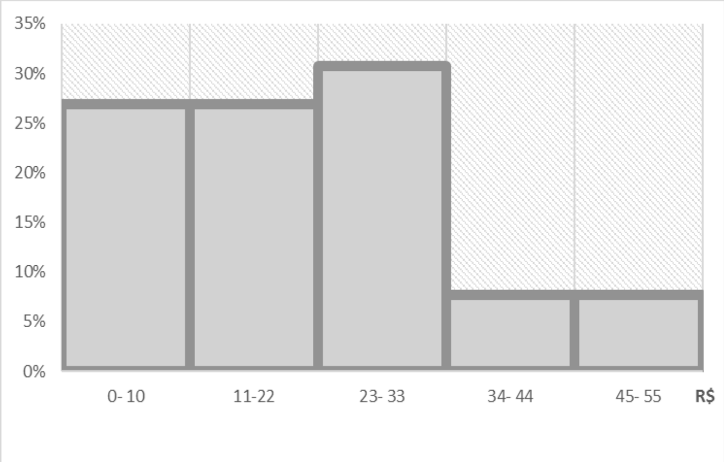


Fonte: Autoria própria.

O gráfico 4, mostra o valor que é pago na conta de água referente ao tratamento de esgoto, sendo esta uma variável quantitativa contínua. Do total, 77% dos alunos possuem tratamento de esgoto em suas respectivas residências, assim a média aritmética do valor pago pelo esgoto é R$ 20,42 e o desvio padrão é R$ 15,08 e o coeficiente de variação é 74 % apresentando portanto alta dispersão.

No gráfico 4 existe também a distribuição assimétrica à direita ou positiva, pois as medidas de posição são da seguinte forma $\bar{x}$ > Me> Mo.

Gráfico 4 – Valor pago pelo tratamento de esgoto

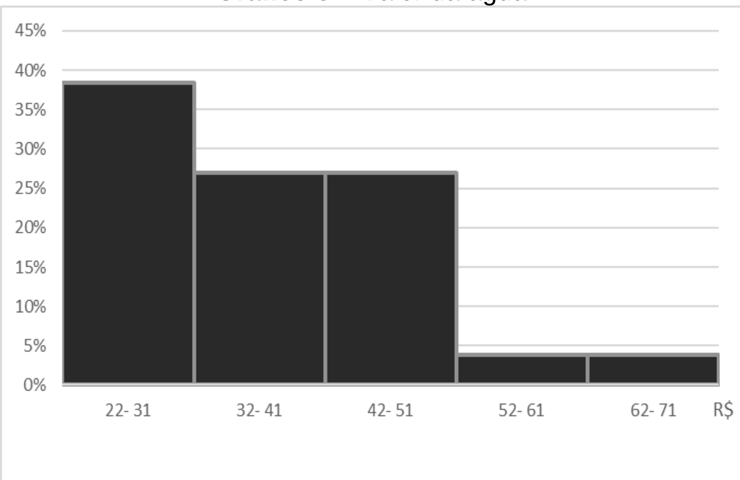


Fonte: Autoria própria.

Comparando os gráficos 4 e 5, onde o gráfico 4 aborda o custo do tratamento do esgoto e o gráfico 5 aborda o custo da água, se percebe que o valor da água é maior do que o valor do esgoto, entretanto, se observamos na conta de água nem sempre tem uma discrepância muito grande entre o valor da água e o valor do esgoto, e como algumas residências não possuem esgoto, não se pode generalizar.

No gráfico 5, a média aritmética do valor acima é R$ 36,52, o desvio padrão R$ 11,70, e o coeficiente de variação é 32 %, logo a dispersão é alta e a distribuição é assimétrica a direita ou positiva, pois as medidas de posição são da seguinte forma $\bar{x}$ > Me> Mo.

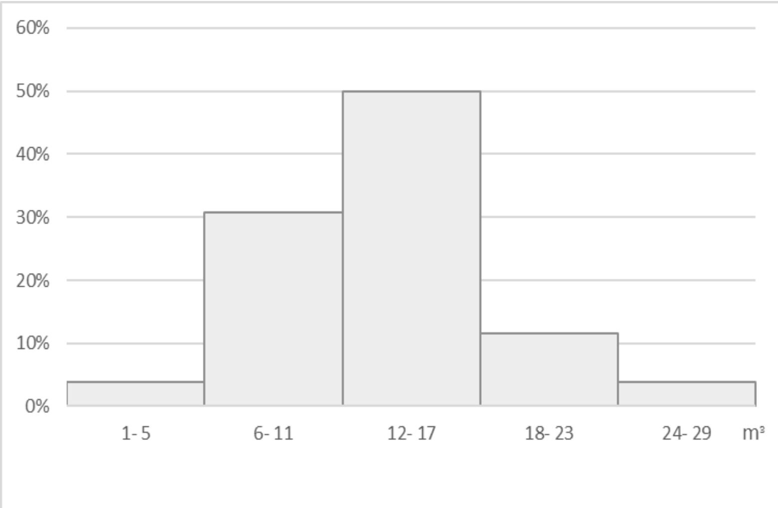
Gráfico 5 – Valor da água



Fonte: Autoria própria.

Um ponto importante analisado, que possibilita uma maior compreensão dos dados é o consumo por metros cúbicos. O gráfico 6, mostra a porcentagem de consumo por metros cúbicos nas residências, a média aritmética é de 13,07 m^3 , já o desvio padrão é 5,39 m^3 e o seu coeficiente de variação 41%, o que mostra que os dados apresentam alta dispersão. No gráfico 6 se percebe que existe distribuição simétrica, e isso se justifica, pois média, mediana e moda encontram-se dentro do mesmo intervalo de 12 a 17 metros cúbicos.

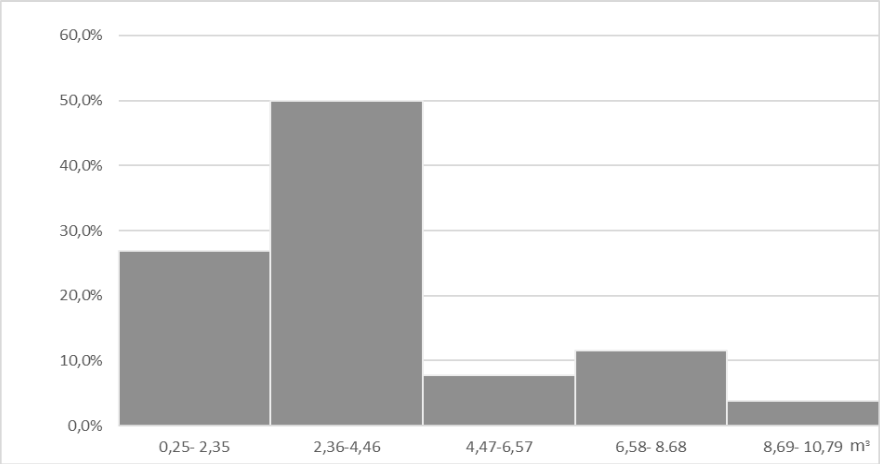
Gráfico 6 – Consumo em metros cúbicos (m^3)



Fonte: Autoria própria.

O gráfico 7, mostra o consumo médio em metros cúbicos por pessoas que foi obtido a partir da divisão do consumo em metros cúbicos pela quantidade de pessoas na residência. É de suma importância analisar quanto a população está consumindo de água individualmente em suas residências, para que pessoas tomem consciência se o consumo está dentro da normalidade. Os dados têm como média aritmética 3,73 m^3, como desvio padrão 2,31 m^3 e como coeficiente de variação 62%, mostrando novamente que os dados são de alta dispersão.

Gráfico 7 – Consumo de Metros Cúbicos por pessoa.



Fonte: Autoria própria.

A distribuição assimétrica à direita ou positiva no gráfico 7, pois as medidas de posição são da seguinte forma $\bar{x}$ > Me > Mo.

Conclusões

Com o desenvolvimento da pesquisa, tivemos a oportunidade de relacionar os conceitos básicos de estatística na análise dos dados, com o intuito de aprendermos como é o processo desde a coleta dos dados, construção dos gráficos, cálculos da moda, mediana, média aritmética e desvio padrão, interpretação dos dados e comparação entre os gráficos, para que, ao passar por todo esse processo chegarmos a uma conclusão: a tomada de conscientização sobre o consumo de água. Como foi aplicado o questionário para futuros docentes, é um meio de já incorporarmos a pesquisa juntamente com a estatística para trabalharmos com os alunos.

Assim, percebemos a importância do trabalho com a estatística e com o tratamento de informação. Isso faz com que se tornemos mais críticos ao se analisar qualquer conjunto de dados, por exemplo, de uma revista, um gráfico ou mesmo uma tabela.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações.** 3. ed. São Paulo: Ática, 2008.

MARTINS, Gilberto de Andrade**. Estatística Geral e Aplicada**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON APLICADA EM BLOCOS CERÂMICOS: RESOLUÇÃO ANALÍTICA E ANÁLISE NUMÉRICA

Pedro Bonfim Segobia
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, campus Toledo
pedro_carminatt@hotmail.com

Jocelaine Cargnelutti
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, campus Toledo
jocelainecargne@utfpr.edu.br

Robson Susin
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, campus Toledo
robsonsusin@hotmail.com

Vanderlei Galina
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, campus Toledo
vanderleigalina@utfpr.edu.br

Rosangela Schemmer
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, campus Toledo
roschemmer@hotmail.com

INTRODUÇÃO

Modelos matemáticos são desenvolvidos para auxiliar na compreensão de fenômenos físicos. Estes fenômenos frequentemente geram uma equação que contém algumas derivadas de uma função desconhecida. As derivadas representam a taxa segundo a qual o fenômeno ocorre e a equação é chamada de equação diferencial. Percebe-se que, para compreender e investigar problemas envolvendo o movimento de fluidos, o fluxo de corrente elétrica em circuitos, a dissipação de calor em objetos sólidos, a propagação de ondas ou o aumento ou a diminuição de populações, entre muitos outros, é necessário saber um pouco sobre equações diferenciais.

No presente trabalho, o estudo das Equações Diferenciais direciona-se à dedução da equação diferencial ordinária (EDO) que modela a Lei de Resfriamento de Newton, a qual descreve a variação de temperatura de um corpo em relação ao tempo. Far-se-á a comparação da resolução analítica com a resolução numérica proveniente dos métodos de Euler e Euler Modificado. Também foram feitas medições reais no sistema. O experimento é formado de duas “mini paredes” confeccionadas com blocos cerâmicos e argamassa. Uma delas com os blocos aparentes e outra revestida por argamassa. Todos os dados são analisados graficamente.

OBJETIVOS

Apresentar a modelagem, a resolução analítica, a aproximação numérica e coletar os dados reais de um sistema que envolve a Lei de Resfriamento de Newton. Com todos esses dados far-se-á uma comparação gráfica dos resultados.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para uma melhor compreensão do experimento, segue abaixo um estudo sobre o lei do resfriamento de Newton e a sua modelagem. Além disse tem-se, a descrição dos métodos de Euler e Euler modificado.

LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

Refere-se, ao alcance de equilíbrio térmico de um sistema, ou seja, corpos com temperaturas diferentes que entram em contato, fazendo com que aconteça transferência de calor, do corpo mais quente para o mais frio, até que atinjam tal equilíbrio térmico. A Lei de Resfriamento de Newton afirma que *"a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante"* (BRONSON, 1994, p.64)

Conforme Bassanezzi e Ferreira (1988), um corpo sem fonte interna de calor deixado em um ambiente com temperatura T, sua temperatura tende a entrar em equilíbrio com a temperatura do ambiente "T_a". Se $T < T_a$, este corpo se aquecerá, mas no caso contrário, onde $T > T_a$ ele resfriará. Como a temperatura de um corpo é considerada uniforme, ela será uma função do tempo, ou seja, $\mathrm{T} = \mathrm{T}(\mathrm{t})$, quanto maior for $|T - T_a|$, mais rápida será a variação $T(t)$. Assim tem-se,

$$\frac{dT}{dt} = \pm k\left(|T - T_a|\right) \qquad (1),$$

onde, $\mathrm{k} > 0$, pois se $T > T_a$ tem-se $\frac{dT}{dt} < 0$ e, se $T < T_a$ tem-se $\frac{dT}{dt} > 0$.

Porém, quando $T = T_a$ a temperatura do corpo é igual à temperatura do ambiente onde se encontra e ela não variará e, $T = T_a$ é a solução estacionária da equação (1). Já a solução geral é dada por,

$$T(t) = T_a + ke^{-kt}, \qquad com\ k \in R. \qquad (2)$$

MÉTODO DE EULER

Os métodos de Runge-Kutta são os mais usados dentre aqueles apropriados para os problemas de valor inicial. Os seus atrativos são a simplicidade, alta precisão e versatilidade nas aplicações. O método de Euler também é chamado de método de Runge-Kutta de primeira ordem (CUNHA, 2000).

O método de Euler consiste em resolver numericamente uma equação diferencial de primeira ordem com uma condição inicial, isto é,

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \qquad (3),$$

pois conhecemos o ponto inicial. Com o ponto (x_0, y_0) pode-se calcular $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$ (RUGGIERO; LOPES, 1996).

Assim, a reta que passa por (x_0, y_0) com coeficiente angular $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$ é dada por:

$$r_0(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) \qquad (4)$$

Fazendo: $\begin{cases} h = x - x_0 = x_{k+1} - x_k \\ y(x_1) \approx y_1 = r_0(x_1) = y_0 + hy'(x_0) \end{cases}$ (5), segue que:

$$y_1 = y_0 + h(x_0, y_0) \qquad (6)$$

O raciocínio é repetido sucessivamente, o método de Euler nos fornece:

$$y_{k+1} = y_k + h(x_k, y_k) \qquad (7)$$

MÉTODO DE EULER MODIFICADO

O método de Euler Modificado ou Melhorado é um problema de valor inicial (PVI) , onde sua aplicação foi feita através da equação:

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2) \qquad (8), \text{ onde}$$

$$k_1 = f(x_0, y_0) \ \ e \ \ k_2 = f(x_0 + h, y_0 + hk_1) \qquad (9)$$

EXPERIMENTO

Primeiramente confeccionou-se duas “mini-paredes” uma com blocos aparentes, ou seja, com argamassa somente entre os blocos, que foram assentados um sobre o outro, e a outra com blocos revestidos com um centímetro de argamassa em suas laterais. A argamassa foi feita na proporção de três partes de areia para uma de cimento e uma de cal.

Após a secagem da argamassa as “mini-paredes” foram colocadas em estufa por trinta minutos e depois de retiradas mediu-se a temperatura do interior dos blocos, ou seja, entre os septos a cada dois minutos para formar uma tabela de dados experimentais.

Então a partir destes dados conseguiram-se as condições para determinar a constante k de resfriamento do material e assim determinar o seu tempo de resfriamento através da modelagem da equação diferencial ordinária.

Figura 1 – Bloco revestido e estufa

Figura 2 – Bloco revestido e bloco aparente

Os resultados obtidos experimentalmente foram:

Tabela 1 – Dados Experimentais

	Temperatura (°C) Bloco Revestido	Temperatura (°C) Bloco Aparente
0	78	115,6
2	67,4	105,1
4	58,9	95,2
6	53,6	85,8
8	47,5	73,7
10	46	74,8
12	42,9	63,3
14	40,6	44,6
16	39,2	58,1
18	35,6	48,2
20	34,9	46

MODELAGEM DA EQUAÇÃO DE RESFRIAMENTO

A lei de resfriamento de Newton é dada por:

$$\frac{dT}{dt} = -k\left(T - T_a\right) \qquad (10)$$, em que:

$\frac{dT}{dt}$ é a variação da temperatura em relação ao tempo; k é o coeficiente de proporcionalidade, que depende da superfície exposta, do calor especifico do corpo e também das características ambientais e climáticas; T é a temperatura do corpo; T_a é a temperatura ambiente;

Para obtermos uma equação com maior precisão escolhemos os primeiros dados coletados, pois eles sofreram menos erros sistemáticos.

A equação que rege o resfriamento do bloco cerâmico revestido é:

$$T = 7 + 108,6e^{-0,0508t} \qquad (11)$$

E a do bloco cerâmico aparente é:

$$T = 11 + 67e^{-0.086t} \qquad (12)$$

Os valores encontrados a partir das equações foram:

Tabela 2 – Resultados Analíticos

	Temperatura (°C) Bloco Revestido	Temperatura (°C) Bloco Aparente
0	78	115,6
2	67,40132	105,10824
4	58,47924	95,63009
6	50,96854	87,06761
8	44,64595	79,33235
10	39,32352	72,34438
12	34,84305	66,03151
14	31,07133	60,32853
16	27,89627	55,17650
18	25,22346	50,52221
20	22,97346	46,31757

MÉTODO NUMÉRICO DE EULER

A aplicação do método de Euler foi feita através a resolução pelo Visual Calculo Numérico – VCN.

Para utilizarmos o VCN (Visual Cálculo Numérico) nas aproximações precisamos fazer algumas substituições para encontrarmos a nossa T' (derivada da equação de resfriamento). Este artificio consiste em deixarmos a derivada T' em função de sua primitiva T.

$$T' = -k\left(T - T_a\right)e^{-kt} \qquad (13)$$

Os valores apresentando com o VCN são:

Tabela 3 – Resultados do Método de Euler

	Temperatura (°C) Bloco Revestido	Temperatura (°C) Bloco Aparente
0	78	115,6
2	66,46260	104,56624
4	56,91194	94,65351
6	49,00590	85,74791
8	42,46129	77,74713
10	37,04365	70,55922
12	32,55894	64,10160
14	28,84649	58,30008
16	25,77332	53,08799
18	23,22936	48,40545
20	21,12346	44,19866

MÉTODO NUMÉRICO MODIFICADO

A aplicação do método de Euler Modificado foi feita através da Calculadora HP 50g, apresentando os seguintes resultados:

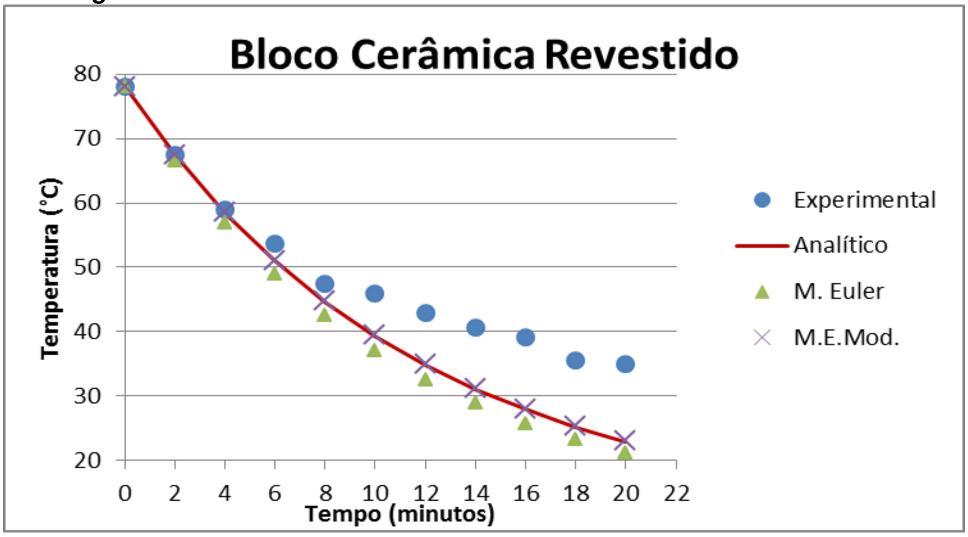
Tabela 4 – Resultados do Método de Euler Modificado

	Temperatura (°C) Bloco Revestido	Temperatura (°C) Bloco Aparente
0	78	115,6
2	67,456	105,1269
4	58,5713	95,6637
6	51,0848	87,1131
8	44,0848	79,3871
10	39,461	72,4061
12	34,982	66,0984
14	31,2079	60,3991
16	28,0277	55,2493
18	25,348	50,5962
20	23,09	46,3918

DISCUSSÕES

Com a comparação dos quatro resultados obtidos para o Bloco Cerâmic Revestido é possivel observar que o o Método de Euler Modificado e o Analítico aproximam do resultado experimental de forma mais eficiente que o Metódo de Euler.

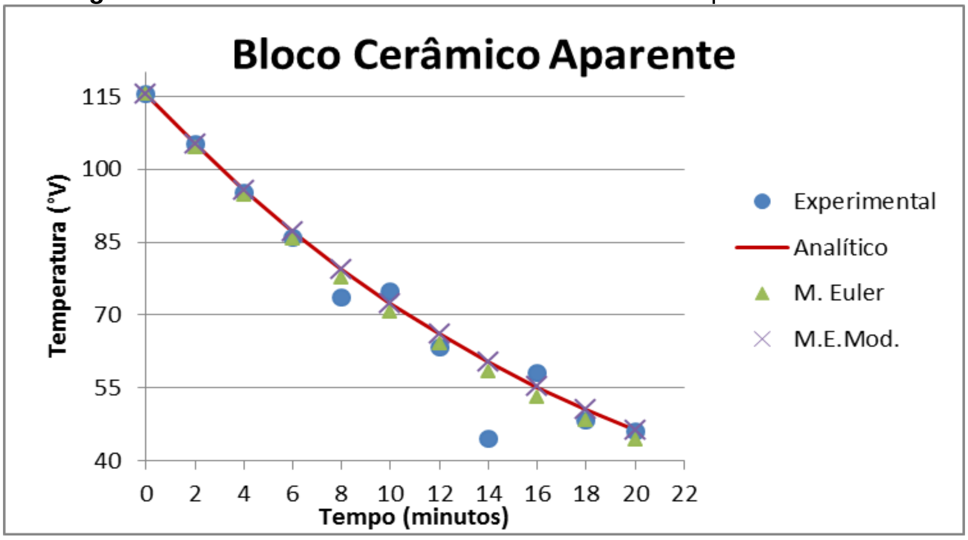
Figura 3 – Gráfico dos resultados do bloco cerâmico revestido



Quando fazemos o erro absoluto podemos verificar que de forma geral o Método de Euler Modificado aproxima-se do valor Experimental 1,68% a mais que pela Equação Modelada.

Já para o Bloco Cerâmico Aparente podemos observar uma homogeneidade dos resultados quando comparados com o experimental, tal forma que só quando calculamos o erro absoluto podemos observar que o Método de Euler é o que melhor se aproxima do resultado Experimental, sendo 8,51% a mais eficaz que os resultados obtidos através da Equação Modelada.

Figura 4 – Gráfico dos resultados do bloco cerâmico aparente.



É importante salientar que para o tempo de 14 minutos do Bloco Cerâmico Aparente, que apresenta um valor Experimental fora de ordem, isto deve-se a erro sistemático na hora de executar o experimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho proposto foi alcançado. Observa-se que os métodos numéricos foram eficientes quando comparados com a solução analítica. A discrepância nos dados reais é proveniente de erros sistemáticos, grosseiros e aleatórios.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. FERREIRA JR, W. C. **Equações diferenciais com aplicações**. São Paulo: Editora Harbra Ltda, 1998.

BRONSON, R. COSTA, G. **Equações diferenciais,** 3. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2008.

CUNHA, M. Cristina C. **Métodos numéricos.** 2. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2000.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico**: Aspectos Teóricos e Computacionais. 2. ed. São Paulo: Editora Pearson. 2008. 406 p.

EDUCADORES HOMOSSEXUAIS E O PRECONCEITO NA VOZ DE ALUNOS E SEUS PAIS

Juliane Pereira da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo
jujupsw@hotmail.com

Leticia Natalia Langaro
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo
lety.lnl@hotmail.com

Barbara Winiarski Diesel Novaes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo
barbaradiesel@yahoo.com.br

RESUMO

Este trabalho objetiva apresentar o posicionamento dos alunos e pais quanto a presença de professores homossexuais na escola. Procuramos sinalizar possíveis respostas para a pergunta: Porque professores sofrem preconceito quanto à orientação sexual. No desenvolvimento do trabalho optamos por uma pesquisa quantitativa e qualitativa que se baseiam na análise de respostas dadas por pais e alunos.

Primeiramente distribuímos 101 questionários que elaboramos à alunos da primeiro a terceira série do ensino médio de uma escola pública do município de Santa Helena, interior da Paraná. Nos questionário os alunos não precisavam se identificar, apenas responder as seguintes perguntas:

Tabela 1 – Questionário

1	Você já teve algum professor homossexual?
2	Se sim, como era a relação professor x alunos?
3	Como agiria se descobrisse neste momento que seu professor (a) favorito (a) é homossexual?
4	O que mudaria na sua relação com ele?
5	Acha que ele (professor) sofreria muito preconceito?

Em segundo momento conversamos com 20 pais e pedimos o que fariam se soubesse que o professor de seus filhos é homossexual. Após isto realizamos uma análise das respostas que obtivemos.

DESENVOLVIMENTO

No dia a dia da escola, uma das situações que parecem ser mais incômodas para grande parte da população é a manifestação exagerada da homossexualidade. “Assumir uma postura de enfrentamento é uma tática de reação muito comum do jovem, que pode se dar por meio de atitudes como afinar a voz e rebolar (se menino) ou agir de maneira bem agressiva e engrossar a fala (se menina)” afirma Facco[1]. Na reportagem “Será que elas são... homofóbicas?” escrita por Cavaleiro e Ramires Neto (da ONG Corsa, filiada da ABGLT – Associação Brasileira de Gays, Lésbicas, Bissexuais, Travestis e Transexuais), os autores defendem este comportamento: “Quem chama a atenção desta forma está defendendo seu jeito de ser, da mesma maneira que o faria um aluno esquerdista que vai a aula vestindo uma camiseta coma estampa de Che Guevara”.

> Um estudo divulgado em 2004 pela Organização das Nações Unidas para a Educação (UNESCO) revelou que quase 40% dos alunos entrevistados não gostariam de ter homossexuais como colegas, e mais de 35% dos pais prefeririam que estes não fossem amigos dos filhos. (FAGUNDEZ, 2011)

No questionário contendo as perguntas acima que foram entregue aos alunos, apenas 6,93% já tiveram aulas com um professor homossexual e alegaram que a relação professor x alunos era igual a relação com um professor heterossexual.

Para a pergunta número 3 selecionamos algumas respostas de alunos que não conviveram com professores homossexuais.

[1] Lúcia FACCO, doutora em Licenciatura Comparada pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) e estudiosa do assunto. Afirma em entrevista concedida a reportagem “Será que elas são... homofóbicas?”.

Tabela 2 – Respostas da pergunta 3

Aluno A	“Levaria um susto, mas nada contra. É mais difícil uma pessoa que trabalha com adolescentes assumir algo assim, pois adolescentes são os que mais possuem preconceitos.”
Aluno B	“Não criticaria, pois todos tem a liberdade de escolher o que quer.”
Aluno C	“Contaria para a secretaria e pararia de estudar.”
Aluno D	“Trataria com o mesmo respeito se ele continuasse da mesma maneira com os alunos. E não ficasse se *fresquiando*.”

Para a pergunta número 4 obtivemos as seguintes respostas:

Tabela 3 – Respostas da pergunta 4

Aluno B	“Respeito ao próximo, sou preconceituoso, mas não demonstro. Mudaria minha visão, porém acho errado tanto por causas religiosas quanto genéticas.”
Aluno C	“Iria querer distancia, ficar longe dele.”
Aluno E	“Em nada, mas a partir do momento em que haver alguma graça, já teria uma conversa e me afastaria um pouco.”
Aluno F	“Nada. Mas ele teria que se comportar de uma maneira adequada, não influenciando as pessoas ao seu redor, e não precisaria falar de sua vida intima.”
Aluno G	“O meu modo de agir com ele não mudaria, ele continuaria sendo meu professor e eu continuaria o respeitando.”

Analisando estas e outras respostas, concluímos que os alunos sentiriam certo desconforto na presença deste professor. Muitos se contradisseram nas respostas como, por exemplo, o aluno B.

O século XXI está sendo marcado por mudanças e os homossexuais estão cada vez mais tendo seus direitos reconhecidos. A Constituição Federal brasileira não cita a homofobia diretamente como um crime. Porém, define como “objetivo fundamental da República” (art.3°, IV) o de “promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade ou quaisquer outras formas de discriminação.” (Constituição da República Federativa do Brasil, 1988).

Através da Lei Estadual 10.948/2001[2], o estado de São Paulo estabeleceu diferentes formas de punição a diversas atitudes discriminatórias relacionadas aos

[2] Lei nº 10.948, de 05 de Novembro de 2001. Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo.

grupos de pessoas que tem manifestação sexual perseguida por homofóbicos e intolerantes.

Mesmo com tais leis, muitas pessoas ainda demonstram o preconceito de maneira exorbitante. Inúmeros são os casos de pessoas que são mortas, queimadas, apedrejadas e até mesmo torturadas até a morte por terem a orientação sexual diferente da definida como "normal".

Como exemplo, podemos citar o Professor Arione Pereira Leite, de 56 anos que foi encontrado morto no fundo da escola em que ministrava aulas. Ele foi apedrejado na cabeça e sofreu afundamento craniano. Segundo o site Plantão de Polícia[3], o professor havia assumido a homossexualidade recentemente e pode ter sido vítima de um crime homofóbico.

Outro exemplo é o Professor Francisco Eurimar Alves da Silva [4], de 33 anos, que foi impedido de ministrar aulas por ser homossexual. Após o professor assumir sua opção sexual recebeu ameaças de morte e a diretora, para tentar resolver a situação, convocou uma reunião com os pais, onde quase 100% deles não aceitaram que seus filhos fossem educados por um professor homossexual e diziam que se o professor continuasse na escola iriam retirar seus filhos da mesma.

Para a pergunta número 5 de nosso questionário as respostas foram obvias:

Tabela 4 – Respostas da pergunta 5

Aluno G	"Talvez, pois a sociedade ainda não aceita que alguém que deveria servir de exemplo, seja homossexual, mesmo que em minha opinião, a vida pessoal de cada um (sexualidade) não deve interferir na sua vida profissional, deve-se sempre ter respeito."
Aluno H	"Claro, até porque é difícil de aceitar qualquer mudança nos padrões da sociedade, não somente os homossexuais."
Aluno I	"O professor sofreria preconceitos, pois estamos em uma sociedade que ainda pensa nos valores familiares de antigamente."

O que nos mostra que a maioria dos alunos falam que aceitariam ter um professor homossexual em sala de aula, mas acreditam que este sofreria

[3] Disponível em: < http://t1noticias.com.br/plantao-de-policia/professor-e-apedrejado-ate-a-morte-corpo-foi-encontrado-na-porta-de-escola/52896/> Acesso em: 13 ago 2014.
[4] Reportagem: Professor homossexual é impedido de ministrar aulas em Nova Marmoré. RONDONIAWEB.

preconceito. Tanto por parte de alguns alunos quanto pelos pais e sociedade em geral.

Depois destas respostas falamos com alguns pais e a reação deles ao pedirmos o que fariam se soubessem que o professor de seus filhos é homossexual foi ainda mais assustadora que as respostas dos alunos. Os pais falaram que trocariam o filho de escola, reclamariam com a direção, que não aceitam que tal professor eduque seus filhos.

Tivemos algumas (minoria) respostas em que os pais aceitariam e que a cobrança na educação de seus filhos continuaria a mesma:

> Eu só gostaria de conhecer ele, da mesma maneira que conheço todos os professores da minha filha. Quero saber se é uma pessoa de caráter e responsável. Não me importo com sua opção sexual, apenas com a qualidade de ensino que está dando a minha filha, afinal é este o papel do professor. (Mãe de aluna da terceira série do Ensino Médio).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que podemos perceber após essas declarações de pais e alunos e dos acontecimentos com os professores que desejaram assumir sua opção sexual, é que a sociedade, em sua maioria, não aceitaria que uma pessoa transmite conhecimento seja homossexual.

Concluímos que o ambiente escolar reproduz os preconceitos da sociedade, que não tenta apenas afastar os homossexuais, mas também tenta os constranger.

Acreditamos que a melhor solução para acabar com tal preconceito, seriam palestras para pais e filhos nas escolas, com a intenção de “abrir a mente” das pessoas em relação à orientação sexual de cada um. Todo profissional tem a noção de que não se deve misturar a vida pessoal com o trabalho. Desta maneira, a opção sexual do professor não muda a metodologia de ensino.

REFERÊNCIAS

ASSEMBLEIA LEGISLATIVA DO ESTADO DE SÃO PAULO, **Lei nº 10.948, de 05 de novembro de 2001.** Disponível em: <http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/lei/2001/lei-10948-05.11.2001.html> Acesso em: 12 ago. 2014

CAVALEIRO, Maria Cristina. RAMIRES NETO, Luiz. **Será que elas são... homofóbicas?**. Nova Escola. Edição 222, mai. 2009.

DIREITOS, Guia de. **Homofobia**. Disponível em: <http://www.guiadedireitos.org/index.php?option=com_content&view=article&id=1039:hhomofobi&catid=231:crimesdeodio> Acesso em 12 ago. 2014.

MOLINA, Luana. FIGUEIRÓ, Mary Neide Damico. **Professores homossexuais: Suas vivencias frente a comunidade escolar.** Revista Ibero-Americana de estudos em educação. v. 7, n. 2 (2012).

PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA, **Constituição da Republica Federativa do Brasil 1988.** Disponível em: <http://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/91972/constituicao-da-republica-federativa-do-brasil-1988#art-3> Acesso em: 12 ago.2014.

RONDONIAWEB – JORNALISMO ELETRONICO. **Professor homossexual é impedido de ministrar aulas em Nova Marmoré.** Disponível em: <http://www.rondoniaweb.com.br /index.php?option=com_content&view=article&id=8724:professor-homossexual-e-impedido-de-ministrar-aulas-em-nova-mamore&catid=1:noticias-padrao&Itemid=105> Acesso em 13 ago. 2014.

INTEGRANDO SABERES: REFLEXÕES SOBRE A GESTÃO ESCOLAR INTEGRADA AO ENSINO

Clenir Fernanda Alba[1]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
fehpetkowicz@gmail.com

Anderson Ervino Schwertner[2]
Universidade do Minho (Portugal)
andersonschwertner@hotmail.com

Cezar Ricardo de Freitas[3]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
cezarfreitas@utfpr.edu.br

INTRODUÇÃO

A gestão da educação, seja ela desenvolvida na escola ou no sistema municipal de ensino, implica em refletir sobre as políticas de educação. Isto porque há uma ligação muito forte entre elas, pois "a gestão transforma metas e objetivos educacionais em ações, dando concretude às direções traçadas pelas políticas" (Bordignon, 2004). Neste sentido devemos compreender quais são os mecanismos de gestão da escola, bem como, qual a concepção de gestão existente na escola: a defesa dos procedimentos Administrativos, seguindo método e os princípios da empresa capitalista ou a compreensão de que os problemas educacionais não se confundem com os problemas das empresas, uma vez que são instituições com natureza radicalmente diferentes. Dita de outra forma, a gestão da escola segue as Teorias da Administração ou os princípios da Gestão Democrática?

Na tentativa de buscar elementos para responder essa questão, a atividade teve três momentos: 1) Participação em uma reunião de Conselho de Classe; 2) Entrevista com o Diretor da escola; 3) Análise da concepção de escola do Projeto Político Pedagógico da escola.

---

[1] Aluna do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Toledo.
[2] Aluno do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Minho. Bolsista do Programa de Licenciaturas Internacionais da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (PLI-CAPES).
[3] Professor Mestre em Educação do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Toledo.

A compreensão dessa questão contribui, entre outras coisas, para a formação de um professor para além do técnico, mas um sujeito que compreende a escola como espaço coletivo de trabalho, que precisa da participação de todos os segmentos (alunos, pais, técnicos administrativos, professores) inclusive como uma forma de se identificar e valorizar o trabalho da escola.

Segundo o Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, temas próprios da docência (como desenvolvimento curricular; planejamento; organização de tempo e espaço; gestão, entre outras) ganham espaço nas aulas das mais diversas disciplinas tratando de modo integrado os diversos conteúdos que compõem o curso de licenciatura em Matemática (SBEM, 2013, p. 12).

O presente artigo foi desenvolvido no intuito de realizar uma análise das propostas curriculares integradas a instituição, existentes na gestão escolar e sua utilização como ferramenta de ensino. Optamos por participar das reuniões de Conselho de Classe, em uma escola da rede municipal de ensino de Toledo.

Fundada no fim da década de 1950, a escola possui cerca de 369 alunos matriculados e um corpo docente de 35 professores. A estrutura física da escola conta com 14 salas de aula, laboratórios de informática e de ciências, sala multidisciplinar, ginásio de esportes e demais dependências como sala da direção, secretaria, entre outras.

Nesta instituição de ensino, o Conselho de Classe constitui-se de duas etapas: o Pré-Conselho e o Conselho. Como metodologia de trabalho, adotamos a descrição do processo com base em observações realizadas, e a análise individual de cada etapa.

A estrutura adotada pela escola para a realização dos Conselhos de Classe é composta basicamente de duas etapas, o Pré-Conselho e o Conselho, porém podemos ampliar esta estrutura, abrangendo então os processos: Pré-Conselho, Informatização Inicial, Conselho, Informatização Final, Promoção de Ações e Arquivamento.

1. **Pré-Conselho**

Consiste de uma reunião privada entre a coordenação, o professor regente de cada uma das turmas e os professores de Artes e Educação Física, a qual dura cerca de duas horas e meia, porém que pode prolongar-se por até quatro horas. O pré-conselho de cada uma das turmas ocorre em um dia diferente e consiste basicamente de uma análise geral da turma, considerando aspectos positivos e negativos, e logo após, é realizada uma análise individual de cada aluno da classe, levando em consideração sua performance em sala de aula, desenvolvimento, dificuldades de aprendizado, convivência, e demais particulariedades. No caso dos alunos inclusos, além das observações habituais, são discutidas diversas situações, promovendo também a discussão sobre o que pode ser melhorado e como isto pode ocorrer. Já no caso dos que apresentam maiores dificuldades, ao final das análises individuais, o professor regente disponibliza para a coordenação seus cadernos de produção textual e suas provas, de modo a fornecer material para a coordenação realizar suas próprias observações. Os argumentos dos professores são sintetizados e transcritos pela coordenação.

2. Informatização Inicial

As observações dos professores, uma vez transcritas pela coordenação, são informatizadas e organizadas em forma de tabelas, separadas por turmas e professor responsável. Este processo secundário está a cargo da coordenação da escola.

3. Conselho

Trata-se de uma reunião composta por professores, coordenadores e a direção, com duração média de 2 à 4 horas. Inicia-se com uma mensagem de reflexão e um pequeno debate sobre a mensagem, logo após são repassados os recados e demais informações pertinentes ao início do próximo bimestre letivo. Em seguida, os professores regentes de cada uma das turmas da escola analisam as transcrições da coordenação e fazem as observações necessárias, corrigindo eventuais erros. Os trabalhos são orientados pela coordenação e a direção supervisiona o andamento das discussões e realiza apontamentos, se necessário.

4. Informatização Final

Ao findar o Conselho, a coordenação recolhe as tabelas e realiza a sua correção, considerando as observações realizadas pelo corpo docente.

5. Promoção das ações

Com base nas transcrições finais, são realizadas reuniões com os pais (gerais ou individualmente) e, para os casos que necessitam de maior atenção, como alunos com déficit de atenção, os pais são avisados e orientados a encaminhar seus filhos para profissionais que possam auxiliá-los com suas dificuldades. Nestes casos, tanto o corpo docente, quanto a coordenação, passam a acompanhar proximamente o aluno e a realizar apontamentos.

6. Arquivamento

Uma vez orientada a promoção de ações, todas as atas e observações de turma são arquivadas para posterior consulta e documentação.

7. Aspectos Didáticos

Ao analisarmos didaticamente a escola, nota-se claramente a inserção da Teoria Empírico Ativista, no que tange a utilização de diversas materiais manipuláveis, como massa de modelar e jogos educativos, como uma forma de instigar a construção do conhecimento pelo educando. Ressalta-se também o fato da escola dispor de uma sala específica para a utilização destes materiais, denominada Sala Multifuncional, onde não somente os alunos da instituição podem utilizar os materiais ali presentes, mas também crianças da comunidade.

Acerca de sua visão sobre o desenvolvimento cognitivo humano, revela-se ligada ao interacionismo do Modelo Piagetiano, a qual pode-se notar em diversos aspectos, mas que se faz facilmente identificável ao considerar a existência da Zona de Desenvolvimento Proximal e da Zona de Desenvolvimento Real, e a busca por conhecer a realidade cognitiva de cada aluno, dispondo por exemplo, do estudo e utilização de um Kit de Provas Piagetianas.

UMA ANÁLISE DA GESTÃO DA ESCOLA A PARTIR DAS TEORIAS DA ADMINISTRAÇÃO

Kuenzer (1984), destaca que Jules Henri Fayol (1841-1925) lançou as bases da sistematização da divisão do trabalho, das funções de planejamento, supervisão funcional e execução, assim como teve destaque em sua obra o papel da hierarquia e a afirmação de que entre capitalistas e operários há um objetivo comum: o lucro. Com base nesta visão, a escola é vista como uma empresa. Na escola analisada percebe-se esta idéia, pois:

- Cada servidor ou funcionário possui suas atribuições próprias definidas. A alienação do processo educacional[4], se comparado ao processo produtivo, causa igualmente a desumanização do indivíduo e pode gerar diversos conflitos entre os segmentos.
- Apresenta uma hierarquia bem definida (Diretor, coordenador, secretário, ...).
- O docente é visto como um operário e, portanto, está submetido às ordens autoritárias do diretor, demonstrando que a função administrativa tem precedência sobre a pedagógica.

Neste âmbito, convêm citar que nas reuniões realizadas pela administração da escola, há certa flexibilidade em sua pauta, além do estímulo a constante interação, reflexão e troca de experiências entre os docentes. Nota-se também, que buscam compreender as necessidades de cada docente e turma, revelando assim a preocupação com o objetivo de seu trabalho, o ensino.

Tais características mostram que a forma administrativa implantada na escola incorpora elementos da Teoria Estruturalista da Administração, a qual busca conciliar aspectos formais (divisão do trabalho, hierarquia, ...) e informais (necessidades individuais, grupos informais...), sendo responsável também pela burocratização dos processos administrativos e pedagógicos, como os descritos no início deste artigo (conselho de classe).

ANÁLISE DO PROJETO POLÍTICO-PEDAGÓGICO

Fundamentados no texto "Projeto Político-Pedagógico da Escola – Fundamentos para a sua realização" de Moacir Gadotti (2004), realizamos a seguinte análise.

Com base em nossas observações, não soubemos concluir se o Projeto Político-Pedagógico – PPP - é visto somente como um plano, ou trata-se efetivamente de um projeto. Tal situação se dá pela inconstância das informações prestadas

[4] O conceito de alienação é assumido aqui no sentido de "estranhamento". O sujeito não se reconhece no processo de trabalho e também não reconhece seus semelhantes como coletivo: "[...] o trabalho é exterior ao trabalhador, quer dizer, não pertence à sua natureza; portanto, ele não se afirma no trabalho, mas nega-se a si mesmo, não se sente bem, mas infeliz, não desenvolve livremente as energias físicas e mentais, mas esgota-se fisicamente e arruína o espírito" (MARX, K. O trabalho alienado. In: MARX, K. *Manuscritos econômico-filosóficos*. Trad. de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1963, p. 162).

durante a entrevista e pela falsa ideia que nos foi passada acerca da escola e de sua gestão, quando comparadas a real situação observada no estágio ali realizado.

Gadotti (2004, p. 34) afirma que "ao se eleger um diretor de escola, o que se está elegendo é um projeto para a escola", no caso da escola analisada, assim como nos demais escolas do município de Toledo, o diretor não é eleito, mas sim escolhido pela gestão municipal. Nota-se com clareza, que do mesmo modo que se dá a inserção autoritária do novo diretor, o mesmo com relação à gestão da escola, monopoliza a função deliberativa e aplica pequenas doses homeopáticas da mesma aos demais segmentos da escola conforme seu apreço ou necessidade.

Apesar de não possuir uma gestão democrática, a escola visa formar cidadãos, porém não dá o exemplo, resumindo a cidadania e a democracia ao ensino teórico delas.

Vê-se a preocupação do corpo docente e do gestor, em melhorar constantemente seu ensino ao verificar alguns indicadores, tais como o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) o qual nos informa que a taxa de crescimento do índice foi de 14% (2011) entre as duas últimas avaliações e o atual valor atingido pela escola é de 7.4 pontos (2011), muito acima da média nacional, que é de apenas 5.0 pontos (2011). Cabe perguntar, em que medida o IDEB revela uma formação democrática-cidadã?

Compreende-se que a gestão escolar deve ser um reflexo visível do PPP, porém nesta escola, apesar de promover a conscientização cívica dos educandos, sua gestão não auxilia na promoção da formação cívica na prática.

ANÁLISE DO CONSELHO DE ESCOLA

Baseados no texto "Conselhos de Escola – Coletivos instituintes da Escola Cidadã", de Ângela Antunes Ciseki e José Eustáquio Romão, buscamos analisar o Conselho Escolar ali instituído.

Segundo os autores, Conselho Escolar é "um colegiado formado por pais, alunos, professores, diretor, pessoal administrativo e operacional para gerir coletivamente a escola" (p. 66). Porém observa-se que na escola analisada, tal fato não ocorre, pois somente professores, a direção e a coordenação participam efetivamente de sua realização, sendo a participação da comunidade restrita a certas ocasiões.

Tomando-se os pressupostos da gestão democrática, nota-se que:

- A Secretaria Municipal de Educação promove a capacitação docente e dos demais segmentos da escola. A instituição de ensino colabora com estas práticas, dispensando-os nos dias de curso.
- O caráter consultivo do conselho estende-se somente aos professores e esta classe frequentemente possui direito deliberativo sobre assuntos de menor importância, porém as decisões estão centralizadas nas mãos da direção e coordenação pedagógica. O restante da comunidade escolar é somente comunicada das decisões tomadas no âmbito da direção.
- Quanto à transparência fiscal e agilização das informações, nota-se que ocorre o acesso de toda a comunidade a tais informações.
- Observou-se que o Conselho Escolar é essencialmente consultivo, sendo o processo deliberativo confiado a direção, coordenação e por vezes, atribui-se tal função aos docentes, como no caso da revisão do Projeto Político-Administrativo-Pedagógico, que ocorre uma vez ao ano.
- O conselho reúne-se bimestralmente no intuito de avaliar as necessidades surgidas na prática escolar, tanto de professores quanto de alunos.
- Quanto a sua composição, não há paridade nem proporcionalidade dos membros. Participam do conselho escolar a direção, a coordenação e o corpo docente, não havendo representatividade dos pais ou alunos.
- Não há eleição dos membros que irão compor o Conselho Escolar, todo o corpo docente é convocado.
- Nesta escola, a função da APM (Associação de Pais e Mestres) é gerir o lucro dos eventos realizados, não possuindo outra atribuição.

Pode-se concluir então, que este estabelecimento de ensino não possui uma gestão democrática, mas sim centralizada nas mãos da direção e coordenação. Nesse sentido, entendemos que o conselho de classe não deve ser uma instância que tem como função reunir-se ao final de cada bimestre ou do ano letivo para definir a aprovação ou reprovação de alunos, mas deve atuar em espaço de avaliação permanente, que tenha como objetivo avaliar o trabalho pedagógico e as atividades da escola. Não obstante isso, a avaliação não avalia apenas o aluno, avalia também o sistema educativo globalmente, a gestão escolar, o professor e os procedimentos de ensino e aprendizagem (SBEM, 2013, p. 40).

Nessa ótica, é fundamental que se reveja a atual estrutura dessa instância, rediscutindo sua função, sua natureza e seu papel na unidade escolar.

O Projeto Político Pedagógico não é garantia de democratização, mas instrumentos para o exercício democrático. As eleições escolares, para diferentes cargos devem ser canais de participação e de aprendizado político da gestão democrática, compreendida como construção de cidadania, de luta política, que não se circunscreve aos limites da prática educativa, mas vislumbra a transformação das relações sociais autoritárias da sociedade. Segundo Rodrigues (1987), é necessário ter em mente que a democratização da gestão educacional não ocorrerá sem uma compreensão mais ampla da função política e social da escola, *locus* privilegiado da educação sistematizada, e da sua importância no processo de transformação da sociedade, à medida que ela se compromete com a função de "preparar e elevar o indivíduo ao domínio de instrumentos culturais, intelectuais, profissionais e políticos".

REFERÊNCIAS

CISEKI, Â. A.; ROMÃO, J. E. Conselhos de escola: coletivos instituintes da escola cidadã. In: GADOTTI, M.; ROMÃO, J. E. *Autonomia da escola: princípios e propostas.* São Paulo: Cortez, 2004.

GADOTTI, M. Projeto Político Pedagógico da Escola: fundamentos para sua realização. In: GADOTTI, M.; ROMÃO, J. E. *Autonomia da escola: princípios e propostas.* São Paulo: Cortez, 2004.

KUENZER, A. Z. Teoria da Adminstração educacional: ciência e ideologia. *Cadernos de Pesquisa.* São Paulo, Fev. 1984.

OLIVEIRA, J. F.; MORAES, K. N.; OLIVEIRA, J. F.; DOURADO, L. F. *Gestão Escolar Democrática: definições, princípios e mecanismos de implementação*. UFG, 2012. Disponível em: <http://www.letraviva.net/arquivos/2012/anexo-1-Gestao-escolar-democratica-definicoes,-principios-e-mecanismos-de-implementacao.pdf>. Acesso em: 18 Set. 2014.

MUNIZ, C. A.; SILVA, H. A. da; **Boletim SBEM.** Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n.21, Fev. 2013.

A INDISCIPLINA, O DESINTERESSE E A PARTICIPAÇÃO DA FAMÍLIA NA ESCOLA: PERSPECTIVAS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Claudia Borgmann
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
claudia.borg@hotmail.com

Jefferson Peruzzo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
jefferson.peruzzo@hotmail.com

Bárbara Winiarski Diesel Novaes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
barbaraw@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

Conhecer e analisar os problemas que emergem do espaço escolar deveria ser uma das condições básicas para professores que almejam uma educação de qualidade. Pensando nesse propósito nós, professores em formação, decidimos refletir sobre a nossa "futura" profissão, buscando pesquisar o ambiente escolar para conhecer as dificuldades e anseios que estão por vir.

Realizamos uma pesquisa qualitativa, que consistiu em uma entrevista com uma professora de matemática que possui 26 anos de experiência. Essa entrevista fez parte de uma APCC (Atividade Prática como Componente Curricular) da disciplina de Didática Geral do curso de Licenciatura em Matemática do qual fazemos parte. A definição das questões que foram aplicadas ocorreu de maneira coletiva, sendo que algumas foram sugeridas pelos acadêmicos da disciplina.

Na entrevista concedida surgiram vários elementos relacionados à prática e experiência da entrevistada. Por razões metodológicas selecionamos três assuntos que consideramos mais interessantes: desinteresse dos educandos, indisciplina e relação família-aluno-escola. Foi realizada uma Fundamentação em pesquisadores dos assuntos, para dar suporte à análise das respostas.

O presente trabalho tem por objetivo analisar os problemas da indisciplina, desinteresse e participação da família na perspectiva de um professor de matemática. A partir da problemática anunciada nos questionamos: Qual o impacto da indisciplina, do desinteresse em da participação da família nas aulas de matemática na perspectiva de um professor?

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao longo do tempo, a maneira como a educação era tratada pela família foi se modificando. Na Idade Média as crianças eram enviadas para outras famílias com a incumbência de serem educadas, a fim de não deixar que os laços afetivos interferissem no processo (VARANI, 2010).

Segundo Ariés (1978), na segunda metade do séc. XVII mudanças ocorreram na estrutura familiar, e criou-se um sentimento de afeto entre pais e filhos. Com isso a educação passou a receber mais atenção dos pais. Esse período marca o início da Idade Moderna, e a aprendizagem tradicional é substituída pela escola (ARIÉS, 1978 *apud* VARANI, 2010, p.514). Segundo Polato (2009), até o séc. XIX a separação de tarefas entre a escola e a família era muito clara, onde a primeira cuidava da instrução e a segunda da educação, neste caso compreendido como ensinamento de valores.

No sec. XX, no entanto, houve uma desestruturação das famílias. Com ambos os pais inseridos no mercado de trabalho, “a educação das crianças passou a ser delegada às babás, parentes, creches e escolas” (MORAES, 2011, p.3). Varani afirma que com isso, “os filhos passaram a viver mais tempo na escola e em atividades fora do lar, distanciando-se da vida familiar” (VARANI, 2010, p. 515).

Isso refletiu na educação das diferentes gerações do sec. XX. Tiba (*apud* MALAVAZI, 2000) propõe um parâmetro histórico dessas consequências. A primeira geração do sec. XX educou seus filhos de maneira autoritária, patriarcal. A segunda geração refutou esse sistema educacional, tratando seus filhos sem o autoritarismo ao qual haviam sido submetidos, deixando os filhos mais livres e descompromissados. Com isso, os jovens da terceira geração ficaram sem noções de padrões de comportamento e limites. Atualmente, essa geração está educando seus filhos com as estratégias tão ou mais liberais, no sentido de falta de imposição de limites.

Nesse contexto, Vala (2008, p. 10) é categórica ao afirmar que a família tende a influenciar o comportamento das crianças e adolescentes, uma vez que os filhos vão para a escola com pré-requisitos de comportamento, obtidos no seio familiar bem como pelas más influências impostas pela mídia e seus excessos. A autora complementa o raciocínio afirmando que essa situação “gera conflitos na escola e foge as rédeas dos professores causando transtornos no âmbito escolar e muitas vezes comprometendo o processo ensino-aprendizagem” (VALA, 2008, p. 11).

Essas situações de conflito apontadas pela autora são comumente consideradas como indisciplina. Contudo, um contraponto ao raciocínio empregado por Santos (2008) pode ser encontrado em Garcia (1999). Segundo ele, alguns conflitos no ambiente escolar são reflexos do exercício do pensamento crítico, o qual o aluno está, ao menos em tese, sendo educado para exercer. O aluno contestador não se conforma com aulas enfadonhas e com relações autoritárias, manifestando esse descontentamento. Muitas vezes, os professores não gostam e/ou não estão preparados para lidar com essa forma de expressão e acabam por rotular como indisciplina o que seria a “expressão de uma consciência social em formação” (GARCIA, 1999, p. 103).

Nesse ponto faz-se mister, para melhor compreensão das reflexões realizadas, estabelecer um conceito de indisciplina. Garcia (1999) lembra que a indisciplina escolar não está restrita à dimensão comportamental, e que há uma diversidade um tanto complexa de aspectos que precisam ser considerados. Não é nosso objetivo neste trabalho, entretanto, esmiuçar o conceito de indisciplina.

De acordo com o autor, há três planos de expressão da indisciplina na escola: a conduta dos alunos nas diversas atividades pedagógicas; os processos de socialização e relacionamento que os alunos exercem na escola, seja com seus pares, professores e com o próprio ambiente escolar; por fim, a indisciplina quanto ao desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Nessa perspectiva,

> [...] define-se indisciplina como a incongruência entre os critérios e expectativas assumidos pela escola (que supostamente refletem o pensamento da comunidade escolar) em termos de comportamento, atitudes, socialização, relacionamentos e desenvolvimento cognitivo, e aquilo que demonstram os estudantes (GARCIA, 1999, p. 101).

No entanto, podemos afirmar que seria falacioso um argumento que apontasse a família e as relações sociais como únicos responsáveis pela indisciplina dos alunos nas escolas. O próprio Garcia afirma que “também do lado da escola pode ocorrer alguma incongruência em relação aos referenciais assumidos, de tal forma que também ela pode ser eventualmente considerada ‘indisciplinada’” (GARCIA, 1999, p. 101). Essas “incongruências” podem ocorrer no âmbito da relação professor-aluno, na possibilidade do cotidiano escolar ser permeado por um currículo oculto, entre outros fatores.

À luz do que foi levantado quanto à indisciplina, é possível perceber que se trata de um tema de sobremaneira complexo, que ultrapassa as fronteiras do ambiente escolar e até mesmo familiar, recebendo influências da sociedade como um todo. Buscaremos analisar alguns tópicos da declaração da Professora tomando como referencial as reflexões acima realizadas.

ANÁLISE DA ENTREVISTA

A entrevista concedida pela Professora Maria[1] abarca uma série de elementos relacionados à sua prática docente, dificuldades, sucessos, preocupações e outros. Selecionamos alguns tópicos para análise, a saber, a questão da indisciplina, do desinteresse e da importância da participação da família na vida escolar do filho.

Quando questionada quanto à sua maior preocupação como professora de Matemática, ela responde que "é a falta de vontade e de interesse de alguns alunos". Sob essa perspectiva, é possível estabelecer uma relação com o primeiro aspecto do conceito de indisciplina definido por Garcia (1999), relativo à conduta do aluno nas diversas atividades pedagógicas. Entendemos que a falta de interesse apontada pela professora não necessariamente implica que o aluno bagunce ativamente, atrapalhando a aula, mas pode ser que deixe de realizar as atividades propostas. Isso também pode caracterizar uma conduta indisciplinar, uma vez que a atitude do aluno não corresponde ao que a escola espera dele.

No que diz respeito aos principais problemas que enfrenta em sua prática docente, a professora afirma que "a indisciplina é uma questão bem grave". Diz ainda que "quem não quer estudar tira a atenção dos outros com gracinhas, indisciplina e brincadeiras. Ao tentar manter a disciplina, o professor acaba perdendo tempo que poderia ser utilizado para ensinar". Nesse aspecto, parece-nos apropriado o segundo plano de expressão da indisciplina definido por Garcia (1999), que diz respeito à relação dos alunos com seus pares e professores. Nessa esfera, podemos considerar elementos outros que a falta de vontade e interesse.

A professora, ao se deparar com tais situações, tenta conversar com o aluno e se não resolve, o encaminha para orientação pedagógica e, uma vez que não resolva, os pais são chamados para uma conversa, de tal forma que comprometam-se com o desenvolvimento da vida social e escolar de seus filhos. É extremamente importante que ambas, escola e família, sejam parceiras, de modo a compartilharem responsabilidades e se manterem em harmonia, para que não haja de qualquer forma, negligências que, podem acarretar prejuízo intelectual e social à criança (MORAES, 2011, p.4).

[1] Nome Fictício.

Quando a família não consegue desempenhar o seu papel, é atribuída à escola a dupla função de instruir e educar. Malavazi argumenta que esse fato vem se tornando

> [...] cada vez mais rotineiro e, acaba por atribuir à escola um papel relevante na educação das crianças, adolescentes e jovens. Atribuição que, muitas vezes, a escola assume por saber que a família, por inúmeros motivos, não tem condições de assumir (MALAVAZI, 2000, p. 295).

A entrevistada elenca como um fator importante para a melhora das suas condições de trabalho "a presença da família na escola". Traz-nos a sua preocupação quanto à situação dos pais não se preocuparem com o filho e, o fato de não possuírem tempo para se dedicarem, proporcionando uma desestruturação familiar. Isso evidencia o fato dos pais não participarem das atividades escolares, o que contraria o ideal.

Essa divergência entre a família e a escola retrata uma condição vivenciada atualmente, ocasionando conflitos, que por inúmeras vezes podem ser a raiz da indisciplina. Nessa situação, o filho vai se aproveitar dessa discordância pais/escola, assim como se aproveita das discordâncias entre pai e mãe (TIBA,1996 *apud* MALAVAZI, 2000).

Se o filho provém de um ambiente no qual pode agir de maneira desregrada, onde a família não propunha limites, o mesmo ao se adentrar no ambiente escolar, que é sustentado por regras, entrará em atrito com a autoridade presente (podemos tomar aqui a figura de professores e demais dirigentes da escola).

Entretanto não podemos depositar nos ombros da família e da escola, a responsabilidade pelo comportamento indisciplinado e pela falta de interesse dos alunos. A questão é muito mais complexa, abrange os âmbitos sociais, e não constitui nosso objetivo delinear essas peculiaridades.

CONSIDERAÇÕES

No exercício da docência, é muito importante contar com um bom aporte teórico. Entretanto, nem tudo se aprende nos livros e na teoria. Muitas vezes, a "voz da experiência" fala com mais propriedade sobre as nuances da docência. Ao realizar esse trabalho tivemos a oportunidade de ouvir essa "voz", relacionar a prática à teoria e refletir sobre situações que certamente encontraremos na docência.

Convém ressaltar, ainda, que a busca de harmonia entre família e escola deve fazer parte de qualquer trabalho educativo que tem como foco a formação de indivíduos críticos e autônomos. A família é apontada como o local de surgimento do problema, pois é nela que os alunos adquirem modelos de comportamento, que é exteriorizado nas aulas. Em contrapartida, os pais – muitas vezes impotentes para lidar com a violência dos próprios filhos – culpam os professores de incentivar a indisciplina, acusando-os de não saberem domesticar os alunos.

Diante das relações feitas, é imprescindível que nos atenhamos a estes obstáculos. Cabe a nós moldarmos nossa prática de tal maneira, que possamos estar preparados para situações como essas. A professora, ao concordar em conceder a entrevista, nos possibilitou vislumbrar os desafios da prática docente atual. Temos plena consciência de que esta pesquisa foi produtiva para ambas as partes, pois como Paulo Freire comenta “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

REFERÊNCIAS

GARCIA, Joe. **Indisciplina na Escola: uma reflexão sobre a dimensão preventiva.** Revista Paranaense de Desenvolvimento. Curitiba, n.95, p. 101-108, jan./abr. 1999. Disponível em: <http://www.ipardes.gov.br/pdf/revista_PR/95/joe.pdf> Acesso em 10 ago. 2014.

MALAVAZI, Maria Marcia Sigrist. **Os pais e a vida escolar dos filhos.** 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas-SP. 2000. Disponível < www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=vtls000217761> Acesso em 10 ago. 2014.

MORAES, Sirlandia Gomes de; FERREIRA, Maria Elizabeth. **(IN)Disciplina no contexto escolar – reflexões sobre a escola.** Publicado nos anais do IV EDIPE, 2011. Disponível em: <http://www.anapolis.go.gov.br/revistaanapolisdigital/wp-content/uploads/2012/10/InDisciplina.pdf> Acesso em 10 ago. 2014.

POLATO, Amanda. **Escola ou família, quem é a culpada?** Publicado em NOVA ESCOLA Edição 225, setembro 2009. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/formacao/formacao-continuada/culpar-outro-497466.shtml> Acesso em 10 ago. 2014.

VALA, Cleuza Luiza dos Santos. **Indisciplina: um diálogo entre professores e pais.** Londrina 2008. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_cleuza_luiza_santos.pdf> Acesso em 10 ago. 2014.

VARANI, Adriana; SILVA, Daiana Cristina. **A relação família-escola: implicações no desempenho escolar dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.** Publicado na Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Brasília, v. 91, n. 229, p. 511-527, set./dez. 2010. Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/1643/1364> Acesso em 10 ago. 2014.

GINCANA MATEMÁTICA: UMA ATIVIDADE POSSÍVEL NA APRENDIZAGEM DE LOGARITMOS

Talita da Cunha Gonçalves
Universidade Federal do Pampa
Tcg_1989@hotmail.com

Karlla Silveira Morales
Universidade Federal do Pampa
Karllalm@gmail.com

Luciana Martins Teixeira Lindner
Universidade Federal do Pampa
luciana.teixeira@unipampa.edu.br

INTRODUÇÃO

A prática que trazemos neste relato aconteceu durante as aulas de regência da componente curricular de Estágio no Ensino Médio, da Universidade Federal do Pampa – Campus Bagé. A referida disciplina foi proposta inicialmente com aulas teóricas na universidade e, num segundo momento com a observação e regência da turma na qual o estágio seria efetivado. Foram desenvolvidos vários instrumentos, dentre eles dinâmicas de grupo e roda de conversa, que proporcionaram o aumento da integração entre a estagiária e os alunos. Dentre eles escolheu-se a atividade Gincana Matemática desenvolvida no período de 2horas/aulas, em uma turma de primeiro ano do ensino médio, na Escola Estadual de Ensino Médio José Gomes filho, localizada na periferia da cidade de Bagé. O objetivo da atividade era potencializar aprendizagem de logaritmos, pois através da ludicidade intrínseca à atividade é possível alcançar um desenvolvimento cognitivo agradável. Partindo do princípio de que os alunos provavelmente preferiram participar de atividades que induzam ao movimento, reflexão e também diversão, os quais fazemos melhor e com mais dedicação, o que nos dá prazer, pensamos em proporcionarmos uma atividade que possibilitou o desenvolvimento de todas essas características, contribuindo para a promoção de uma aprendizagem realmente significativa.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

A sala de aula foi previamente preparada pela estagiária, a qual teve duas intenções: esperar os alunos com um elemento surpresa e otimizar o tempo de aula efetivamente com a atividade e não com a preparação da mesma.

Ao entrarem na em sala de aula os alunos encontraram diversos materiais, nas cores verde e rosa, sentaram-se aleatoriamente. Num primeiro momento foi elegido um capitão para cada equipe, os quais escolheram os participantes da mesma, um a um. A ideia era que participassem de um circuito com as atividades descritas a seguir, sendo todas construídas de questões matemáticas com o objetivo de reforçar a aprendizagem referente ao conteúdo de logaritmos, pois a maior parte dos alunos mostrou dificuldades nos conceitos abordados.

ATIVIDADES

1. Montagem das equipes da torcida a partir do jogo par ou ímpar. O vencedor escolheu entre os materiais com as cores verde ou rosa, previamente colocados na sala, como cartaz, T. N. T., canetas hidrográficas coloridas, pompom, etc.

2. A segunda atividade foi o Jogo da velha seguindo as regras do jogo original, objetivo do jogo era posicionar 3 marcadores na linha vertical, horizontal ou diagonal, com apenas uma diferença. Para colocar o marcador os alunos deveriam solucionar corretamente a questão que estava na posição onde eles desejavam marcar.

3. A próxima atividade chamava-se Estoura Balão, na qual um componente de cada equipe pegava um balão cheio de ar contendo uma questão dentro corria até a cadeira para estourar o balão, pegar a questão e resolvê-la no quadro, ao terminar ia correndo até o ponto de partida, batendo na mão do colega que fazia o mesmo procedimento;

4. A seguir foi proposto O Jogo da Memória foi a atividade seguinte, em que um componente da equipe deveria encontrar os pares de perguntas e respostas;

5. Após foi o Troca-troca um aluno de cada equipe sorteava um exercício ia para o quadro resolvê-lo, quando o mediador falava troca, outro aluno da mesma equipe assumia o lugar dele na resolução do mesmo exercício;

6. Questões escondidas um aluno de cada equipe sorteava um exercício ia para o quadro resolver o mesmo;

7. Dança das cadeiras todos os alunos jogaram nessa brincadeira, que segue as regras da original, com uma única diferença que o aluno que ficar sem cadeira sorteava uma questão, se acertasse a resolução voltava ao jogo e deveria tirar outra pessoa. O vencedor foi o último que permaneceu no jogo.

Ao final de cada atividade, cada equipe fixava estrelas correspondentes a pontuação da prova no painel com sua respectiva cor.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DO RELATO

Acreditamos que o jogo vai muito além de um simples material, é um instrumento de grande utilização para desenvolver inúmeras habilidades cognitivas, motoras e morais. Para Albuquerque (1954), o jogo didático "...serve para fixação ou treino da aprendizagem. é uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico[...] Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem" (p. 33)

> “Veja também a importância dada ao jogo na ‘formação educativa’ do aluno”, [...] através do jogo ele deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao vencedor ou ao vencido, respeito as regras estabelecidas, disciplina consciente, acato às decisões do juiz..." (Idem, p. 34)

O espírito competitivo dos alunos, durante a gincana, foi atiçado e, em alguns momentos geraram-se discussões, mas todos os imprevistos foram solucionados. O que torna-se positivo no que tange a formação cidadã dos alunos, auxiliando-os a aprender a lidar com situações de conflito no dia a dia.

ASPECTOS TEÓRICOS

Como docentes de matemática entendemos que por mais que tenhamos o conhecimento específico bem sedimentado da nossa disciplina a ser ministrada precisamos de métodos e reflexão para conseguirmos mobilizar o grupo para a conhecimento e teoria como afirma Arroyo (2008), e como explica Meirieu (2006, p. 19): “... seja nas séries iniciais e finais do ensino fundamental ou no ensino médio, o domínio de conteúdos disciplinares, por mais perfeito que seja, não assegura automaticamente as chaves de sua transmissão”.

É preciso observar também que por mais que haja um planejamento e toda uma organização para que se dê o acontecimento pedagógico, ele nem sempre é como o esperado, e como garante Meirieu (2006, idem.p. 47), “podemos fazer de tudo para que ele ocorra empenhar-nos para torná-lo possível... Mas, felizmente, ele será sempre excepcional", visto que temos clareza que cada turma de alunos é única e não necessariamente uma atividade pensada para um grupo terá o mesmo sucesso em outro.

Mas ainda, o planejamento é essencial, ainda Meirieu (2006, p. 42) diz que "para ajudar os alunos a construir um conceito, é preciso também criar as condições para que eles próprios encontrem as características a partir da comparação de vários exemplos." E é possível trabalhar assim em todas disciplinas".

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é uma mostra dentre tantas metodologias possíveis de serem executadas que dão certo, e se articula a inúmeras outras disponíveis. Ao analisar uma parte da gama de materiais que estão disponíveis para transformar a sala de aula em um ambiente mais agradável, ele pode ou não tornar-se a diferença. Trata-se de uma reavaliação da prática educativa, de um redimensionamento de métodos que possam estimular os alunos a participar do processo de construção de conhecimento. Além disso, a possibilidade de um trabalho em equipe torna-se uma condição eficaz para fazer do ensino da matemática sinônimo de algo afável e que traga satisfação, pois a reciprocidade existente entre os alunos é natural, além de estimular a socialização e a cooperação entre os colegas. É também a oportunidade para a obtenção de um bom ajustamento emocional, o que os leva a descobrirem valores, como a honestidade, a capacidade criadora, a atenção e a iniciativa para aprender.

Penso que a aplicação da atividade cumpriu se não todos, pelo menos em parte seus objetivos e, com o passar do tempo, será possível refletir para analisar os efeitos de atividades como essa. Pois, segundo Jorge Larrosa (2002),

> " a experiência requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar os outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço".

REFERÊNCIAS

ARROYO, Miguel G.. **Ofício de mestre: imagens e auto-imagens** / Miguel G. Arroyo. 10 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

ALBUQUERQUE, Irene de. **Metodologia da Matemática.** Rio de Janeiro: Ed. Conquista, 1953.

BONDIA, Jorge Larrosa. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência.** Rev. Bras. Educ., Rio de Janeiro, n. 19, abr. 2002. Disponível em <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141324782002000100003&lng=pt&nrm=iso>. Acessado em 13 setembro. 2014.

MEIRIEU, Philippe. **Carta a um jovem professor** / Philippe Meirieu; tradução Fátima Murad – Porto Alegre: Artmed, 2006.

UMA ANÁLISE INICIAL DE COMO O CONTEÚDO É ABORDADO EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Leticia Natalia Langaro
UTFPR - Campus de Toledo
lety.lnl@hotmail.com

Juliana Pereira da Silva
UTFPR – Campus de Toledo
jujupsw@hotmail.com

Rodolfo Eduardo Vertuan
UTFPR - Campus de Toledo
rodolfovertuan@utfpr.edu.br

RESUMO

A utilização de livros didáticos no ensino da Matemática é importante e muito comum entre professores. No entanto, para se utilizar desta opção devem-se considerar alguns aspectos importantes, e principalmente se ter em mente que este não pode ser o único recurso pedagógico a ser utilizado pelo professor. Nesse sentido, durante o segundo semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, na disciplina de Funções Reais de uma Variável Real, foi realizada uma análise de dois livros didáticos, com o objetivo de observar como os livros abordavam determinado conteúdo, mais especificamente, o conteúdo Função Polinomial do Segundo Grau, diante das discussões realizadas na referida disciplina. Para isto, utilizou-se de um roteiro de análise proposto pelo professor. Foi possível notar o quanto é importante analisar um livro didático antes de levá-lo para sala de aula, bem como que é necessário encará-lo como um recurso dentre tantos outros que o professor deve utilizar, não se atendendo somente a ele.

INTRODUÇÃO

Tendo como objetivo analisar como o conteúdo Função Polinomial do Segundo Grau é abordado em livros didáticos, fizemos a análise de dois livros da rede pública, ambos do primeiro ano do Ensino Médio.

Para realizar a análise, estudamos a formação dos autores dos livros, a maneira como eles apresentam o conteúdo, exploram e introduzem gráficos, assim como apontamos pontos positivos e negativos do material didático.

O trabalho foi realizado sobre os livros “Matemática – Ensino Médio” e “Matemática Completa”, porém, para indicar caminhos alternativos aos pontos negativos encontrados nos materiais, buscamos outros materiais.

SOBRE O LIVRO “MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO”

O livro "Matemática - Ensino Médio" foi escrito por Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz em 2010 e publicado pela Editora Saraiva.

Smole é bacharel e licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Moema, tem mestrado e doutorado em Educação pela USP e atualmente é coordenadora do Mathema – grupo de formação e pesquisa na área de matemática. Diniz é bacharel, mestre e doutora em Matemática pela USP e também é coordenadora de Mathema.

Para introduzir o conteúdo, as autoras fazem uma relação com a Física, dizendo que algumas funções são muito utilizadas para descrever movimentos que relacionam a posição do objeto em função do tempo. Afirmam que uma dessas funções é a estudada no capitulo 5, a Função Quadrática ou Função Polinomial do Segundo Grau.

Antes de "ir a fundo" no conteúdo, Smole e Diniz expõem as propriedades da função: domínio, imagem, raízes, sinal, crescimento e decrescimento. As autoras continuam a explicação utilizando conceitos de Física, com um exemplo de um foguete que é lançado à atmosfera e, depois de determinado tempo, volta para a Terra, fazendo uma trajetória em forma de parábola. Em seguida, começam a explicar como se representa uma função polinomial de segundo grau.

Para a construção do gráfico, as autoras primeiramente explicam que o gráfico da função quadrática é uma parábola, sem nenhum tipo de investigação, e que esse gráfico tem simetria com o eixo y (quando b é zero em $f(x) = ax^2 + bx + c$) e que pode ser entendida como a união de pontos que satisfazem uma condição bem definida. Nesse sentido, nomeiam os elementos da parábola: F – foco, r – diretriz, V – ponto médio do segmento perpendicular a r que passa por F.

Após apresentar o gráfico, as autoras fazem o estudo das raízes da função, do intercepto y, do vértice da parábola e da concavidade. Mas só em seguida realizam o passo a passo da construção do gráfico, indicando um caminho a ser percorrido na construção do gráfico da função.

Ao expor o conteúdo de função polinomial do 2º grau não é realizada nenhum tipo de relação com outros conteúdos matemáticos, o que deveria ocorrer, pois, quando essa relação acontece, fica mais fácil do conteúdo ser compreendido, além de possibilitar ao aluno relembrar alguns assuntos já vistos.

Após toda a apresentação da matéria ser feita relacionada à Física, o conteúdo é fechado fazendo uma relação das trajetórias parabólicas nos esportes. As autoras, embora pouco possibilitem uma investigação, utilizam uma linguagem matemática correta, simples e recorrem a exemplos a todo momento.

Uma das partes interessantes do livro é que este apresenta, nos exercícios, situações do dia-a-dia, tais como um vaso de flor que cai da sacada do sexto andar de um edifício, arremesso de peso durante um torneio paraolímpico e até mesmo o preço de produtos em um supermercado, o que facilita o entendimento da aplicação do conteúdo estudado em sala, o que é importante já que os contextos também significam os conteúdos.

Outro ponto forte do material didático utilizado por Smole e Diniz, é ensinar os alunos a explorar o gráfico da função polinomial de segundo grau no aplicativo Winplot, dando ao professor uma forma diferenciada de ensinar o conteúdo de forma divertida, abordando assim uma tendência tecnológica muito importante.

Os pontos positivos são, portanto, a nosso ver, a indicação de uma tendência metodológica, o uso de tecnologias de informação e comunicação, para a explicação do conteúdo, a relação com acontecimentos do dia-a-dia dos alunos e abordagem do conteúdo de modo simples e exemplificado.

Porém, consideramos alguns pontos negativos, tais como: a falta de relação com outros conteúdos matemáticos já estudados pelos alunos, como forma de retomá-los continuadamente; a apresentação de muitos exercícios que requerem dos alunos as mesmas estratégias – nesse sentido, o livro ensina o aluno a utilizar uma expressão para construir um gráfico, calcular f(x) para x dado, mas não o contrário, ou seja, não há nenhuma intervenção no sentido de possibilitar ao aluno investigar uma situação, buscar regularidades e relacionar grandezas variáveis, por exemplo.

Sobre o Livro “Matemática Completa”

O livro “Matemática Completa” foi escrito por José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno em 2005 e publicado pela Editora FTD.

Giovanni é bacharel e licenciado em Matemática pela PUC-SP e professor de Matemática em escolas do Ensino Fundamental e Médio desde 1960. Bonjorno, por sua vez, é bacharel e licenciado em Física pela PUC-SP e professor de Matemática e Física em escolas de Ensino Fundamental e Médio desde 1973.

Na introdução do conteúdo Função Polinomial do Segundo Grau, os autores apresentam uma breve definição sobre a função polinomial de segundo grau, citando a forma do gráfico da função, os coeficientes da expressão e o domínio da função. O livro apresenta dois exemplos de exercícios logo em seguida.

Na construção do gráfico, os autores primeiramente atribuem alguns valores a variável x e determinam as respectivas imagens y, assinalando os pontos obtidos (x,y) em um plano cartesiano. Logo após, dizem para unir os pontos assinalados sem uma menção do porquê se pode fazer assim, obtendo assim uma parábola. Eles dão mais duas funções quadráticas e pedem para que os alunos realizem a construção do gráfico das mesmas, baseados no exemplo dado anteriormente.

Somente após a análise dos três gráficos, Bonjorno e Giovanni explicam que o gráfico desta função sempre será uma parábola e explicam detalhadamente as três principais características do gráfico da função: concavidade da parábola (que pode ser para cima ou para baixo), a posição do gráfico em relação ao eixo x e a localização do vértice da parábola.

Os autores não fazem nenhuma relação com outros conteúdos matemáticos. Rapidamente relacionam função polinomial do segundo grau com a função polinomial do primeiro grau quando afirmam que uma só será a outra quando “a=0” em $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Como ponto positivo do livro, podemos citar a explicação detalhada com linguagem clara de todo o conteúdo apresentado. No entanto, os autores explicam, por exemplo, a concavidade da parábola, dão um exemplo e, logo em seguida, uma atividade. Isto ocorre com cada tópico da matéria, de forma padronizada e sem espaço para investigações.

Relações com o cotidiano dos alunos são realizadas apenas nos exercícios propostos, o que torna a apresentação do conteúdo cansativa. Este material didático não utiliza nenhuma ferramenta tecnológica, o que consideramos um ponto negativo, principalmente em se tratando do conteúdo em questão, em que softwares livres potencializam tanto a exploração do mesmo.

Ao apresentar a construção do gráfico, os autores poderiam construir questões de reflexão em que os alunos, com o auxílio de algum software computacional como o Geogebra ou Winplot, poderiam investigar o comportamento do gráfico da função de acordo com a mudança nos parâmetros numéricos da sua expressão algébrica. Desse modo, o aluno poderia compreender mais amplamente o conteúdo e isso poderia acontecer de forma e diferenciada.

CONCLUSÃO

Ao realizar as análises dos livros, podemos perceber que a maneira de organização da matéria, a forma de exposição e as relações com o que o aluno sabe e/ou vivencia são muito importantes, bem como possibilitar momentos de investigação por parte dos alunos.

Relacionando os dois livros, observamos diferenças. Há complementaridades entre os livros, o que denota a importância de um professor recorrer a diferentes materiais ao preparar e aplicar sua aula, o que implica em considerar o livro didático como mais um recurso didático.

REFERÊNCIAS

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Estudo da função polinomial do 2ª Grau. In: **Matemática Completa, 1ª Série.** 2 ed. São Paulo. FTD, 2005. p. 174-202

SMOLE, Kátia Stolocco; DINIZ, Maria Ignez. Funções Quadráticas. In: **Matemática – Ensino Médio, Volume 1.** 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010. p. 116-140

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS

Silvio César Mendonça
UTFPR – Câmpus Toledo
silviocm7@gmail.com

Vanessa Largo
UTFPR – Câmpus Toledo
vanessalargo@utfpr.edu.br

RESUMO

Neste estudo serão expostas algumas considerações sobre as diferentes tendências da pedagogia, e será apresentada uma entrevista realizada com um professor de Matemática que atua em um colégio da rede pública de ensino da região oeste do estado do Paraná. As questões realizadas abordaram os seus anseios, preocupações, atitudes e decepções relativas à profissão, ao longo de sua trajetória como educador. Observamos que, durante as análises dos relatos do professor, deparamo-nos com uma mescla de tendências da pedagogia nos seus relatos, o que nos mostra a influência das tendências em sua prática cotidiana.

Palavras-chave: Tendências Pedagógicas; Professor de Matemática; Cotidiano da Profissão Docente.

INTRODUÇÃO

As tendências pedagógicas permeiam a ação do professor na escola, visto que a escola, segundo Saviani (1986),

> é o local que prepara a criança, futuro cidadão, para a vida, e deve transmitir valores éticos e morais aos estudantes, e para que cumpra com seu papel deve acolher os alunos com empenho para, verdadeiramente transformar suas vidas” (SAVIANI, 1986, p.).

Na ação do professor, as tendências são articuladas, embasando teoricamente a sua prática docente. Desse modo, ele adapta-se a uma ou mais tendências pedagógicas ao exercer a sua profissão, ao elaborar e desenvolver suas aulas, ao lidar com a turma, entre outros. Desse modo, os professores, que têm um papel importante no acolhimento dos alunos, acabam por inclinarem-se à adoção, implícita ou explicitamente, de uma ou mais tendências pedagógicas ao atuarem na docência.

Sendo a Escola Nova um movimento que visava mudanças na pedagogia tradicional, Saviani (1997), relata que,

> “os professores têm na cabeça o movimento e os princípios da escola nova. A realidade, porém, não oferece aos professores condições para instaurar a escola nova, porque a realidade em que atuam é tradicional (...). Mas o drama do professor não termina aí. A essa contradição se acrescenta uma outra: além de constatar que as condições concretas não

> correspondem à sua crença, o professor se vê pressionado pela pedagogia oficial que prega a racionalidade e produtividade do sistema e do seu trabalho, isto é, ênfase, nos meios (tecnicismo). (...) Ai o quadro contraditório em que se encontra o professor: sua cabeça é escolanovista a realidade é tradicional;"(...) rejeita o tecnicismo porque se sente violentado pela ideologia oficial; não aceita a linha crítica porque não quer receber a denominação de agente repressor" (SAVIANI, 1997, p.20).

Desse modo, ao nos referirmos à tendência tradicional – existente no Brasil desde a época dos jesuítas, José Carlos Libâneo (2006) afirma que:

> "a pedagogia se caracteriza por acentuar o ensino humanístico, de cultura geral, no qual aluno é educado para atingir, pelo próprio esforço, sua plena realização como pessoa. Os conteúdos, os procedimentos didáticos, a relação professor-aluno não têm nenhuma relação com o cotidiano do aluno e muito menos com as realidades sociais. É a predominância da palavra do professor, das regras impostas, do cultivo exclusivamente intelectual" (LIBÂNEO, 2006, p.55).

Nesse contexto, observamos que na pedagogia tradicional o professor é o centro das atenções, e os alunos são considerados em segundo plano, ou seja, assumem como verdade tudo o que lhes é ensinado, o que resulta em um acúmulo de conteúdo e não em conhecimento construído.

Com relação à Tendência Renovada – ideias que chegaram ao Brasil por volta dos anos 20 e 30, temos que, a

> "tendência Liberal Renovada acentua, igualmente, o sentido da cultura como desenvolvimento das aptidões individuais. Mas a educação é um processo interno, não externo; ela parte das necessidades e interesses individuais necessários para a adaptação ao meio. A educação é a vida presente é parte da própria experiência humana. A escola renovada propõe um ensino que valoriza a autoeducação (o aluno como sujeito do conhecimento), a experiência direta sobre o meio pela atividade; um ensino centrado no aluno e no grupo" (LIBÂNEO, 2006, p.55).

Dentro desta tendência, temos várias vertentes, a Progressivista, a Não-Diretiva e a Tecnicista. Neste estudo, somente a Tendência Tecnicista (começou a destacar-se ao final dos anos 60) será brevemente apresentada.

Com relação à Tendência Tecnicista, Libâneo (2006) retrata que a

> "a tendência liberal tecnicista subordina a educação à sociedade, tendo como função a preparação de "recursos humanos" (mão-de-obra para indústria). A sociedade industrial e tecnológica estabelece (cientificamente) as metas econômicas, sociais e políticas, a educação treina (também cientificamente) nos alunos os comportamentos de ajustamento a essas metas. No tecnicismo acredita-se que a realidade contém em si suas próprias leis, bastando aos homens descobri-las e aplicá-las. Dessa forma, o essencial não é o conteúdo da realidade, mas as técnicas (forma) de descoberta e aplicação. A tecnologia (aproveitamento ordenado de recursos, com base no conhecimento científico) é o meio eficaz de obter a

> maximização da produção e garantir um ótimo funcionamento da sociedade" (LIBÂNEO, 2006, p.55-56).

Dessa forma, destacamos que a Pedagogia Tecnicista defende a ideia de que é preciso inserir a tecnologia e suas aplicações em sala de aula, com o objetivo de preparar os alunos para o mercado de trabalho, um mercado capitalista, cujo fim sempre é o lucro.

Diante dessas informações, apresentamos na sequência, algumas discussões sobre as informações coletadas.

OS RELATOS DO PROFESSOR

A coleta dos relatos ocorreu em julho de 2014, foi uma entrevista estruturada, com as questões que foram escritas em papel e digitalizadas posteriormente para aqui serem divulgadas, mantendo o anonimato do sujeito de pesquisa.

O entrevistado teve sua formação universitária em Ciências Econômicas pela UNIOESTE (Universidade Estadual do Oeste do Paraná), que concluiu em 1999, e licenciatura pela UNIPAR (Universidade Paranaense), obtendo sua conclusão em 2001. Está há nove anos e meio no exercício do magistério, lecionando em escolas estaduais, com uma carga horária de quarenta aulas semanais, com a disciplina de Matemática, sendo distribuída em cinco turmas do Ensino Fundamental - 6º e 7º anos, e uma turma no Ensino Médio, totalizando 111 alunos.

Iniciamos a entrevista questionando sobre a sua preocupação, enquanto professor, com o ensino matemática.

> "Não colocaria como preocupação, mas sim como desafio, ou seja, tentar repassar (entendimento pleno) principalmente conteúdos dados como essenciais, para todos, ou a grande maioria dos alunos, nas turmas em que ministro aulas".

Para o professor, a melhor maneira de ensinar matemática é com explicações teóricas e práticas, tentando adequar conteúdos à realidade vivenciada pelo aluno, e ainda, é aquela que o professor se faz entender e os alunos alcançam o objetivo que é a aprendizagem. Temos em seu relato:

> "Ensino a matéria de matemática com explicações teóricas e práticas tentando adequar os conteúdos a realidade do aluno. Sempre tentando envolver os conteúdos com situações vivenciadas no dia a dia do aluno. Também em determinadas situações, trago materiais matemáticos práticos. Procuro construir alguns também. Faço uso de tecnologias (televisão, sala de computadores, DVD Escola, softwares, e outros)".

Na sequência perguntamos como o mestre auxilia os discentes na superação nas dificuldades na aprendizagem, e ele nos respondeu:

> “Com aulas bem dinâmicas, bem explicadas, com envolvimento dos alunos. É de experiência, já comprovada por mim que quando o aluno participa das aulas o entendimento é sempre muito maior. Também para os alunos com maior dificuldade, na hora dos exercícios vou até eles para tirar as principais dúvidas.”

Em relação ao que o professor considera fundamental para uma ótima aula, ele relatou que é preciso “ter conhecimento e domínio do que você vai explicar. Ter entusiasmo, gostar e contagiar os alunos. Desafiar os alunos em situações que eles participem é fundamental”.

Ao ser questionado sobre alguma sugestão para um melhor desempenho do aluno na disciplina de matemática, os relatos do professor abordaram ideias relativas à motivação, importância da Matemática para os alunos, apoio familiar, persistência, aulas dinâmicas, professor capacitado, ambiente escolar favorável e uma equipe escolar unida em um objetivo comum que é o da construção do conhecimento.

Temos ainda que, em sua formação universitária o professor disse ter conseguido uma grande contribuição para a aplicação em sua profissão, mas a metodologia que aprendeu deixou muito a desejar, pois o foco era o conteúdo específico de Matemática e não como ensinar a Matemática.

> “Tento fazer a diferença em cada uma das aulas que ministro. Principalmente na situação de fazer a ligação entre teoria e prática. No meu tempo muitos conteúdos não tinham importância para mim, por isso me sentia desmotivado com a matéria de matemática. Era só cálculo e cálculo”.

No que diz respeito aos recursos didáticos utilizados em sala, o professor relatou que desenvolve suas aulas com:

> “imagens, exemplos práticos, história da matemática, jogos matemáticos, desafios matemáticos, gincanas matemáticas, materiais manipuláveis concretos (material dourado, disco de frações, jornal, etc...)”.

Quanto às condições de trabalho da profissão docente, o entrevistado argumentou que “tem muita coisa que poderia melhorar”, há falta de:

> “principalmente valorização como um todo, seja da sociedade, dos pais, da comunidade em que está inserido. Maior comprometimento, investimento por parte de nossos governantes, melhor remuneração, menos alunos em sala de aula, mais salas de aulas bem mais estruturadas e maior tempo de preparação das aulas”.

Esse relato expressa que na prática pedagógica, o professor defronta-se com alunos desmotivados, principalmente com problemas familiares, turmas com muitos alunos, e o tempo reduzido para preparar suas aulas. Algumas mudanças de metodologia e reivindicações frente aos órgãos competentes seriam alternativas para tentar resolver os problemas.

Quando questionado sobre a função da matemática hoje, na sociedade, o professor relatou que a mesma é de:

> "contribuir de forma positiva para a formação educacional global dos cidadãos. A Matemática é agora chamada a dar um contributo essencial para aprender a interrogar, descobrir e argumentar, raciocinando sobre objetos abstratos e relacionando-os com a realidade física e social".

Em relação ao exemplo de um sucesso que ele tenha obtido com seus alunos ou a uma maneira diferente de ensinar, o entrevistado disse que:

> "Ao fim de cada bimestre faço uma gincana matemática. É uma revisão de conteúdos, raciocínio lógico, em forma de perguntas e respostas. É um sucesso, eles (alunos) adoram. Não veem a hora de chegar o dia das brincadeiras matemáticas."

É muito interessante a preocupação com a aprendizagem dos alunos que o entrevistado demonstrou em seus relatos, ao afirmar que busca contextualizar as aulas e a diversificá-las.

Apresentaremos na sequência, algumas considerações sobre as informações até aqui expostas.

CONSIDERAÇÕES

No decorrer do estudo, observamos que o professor interagia com os alunos e sentia-se realizado quando os mesmos demonstravam aprender o conteúdo ensinado. Além disso, ressaltamos que o docente desdobrava-se em suas horas atividade para conseguir elaborar as suas aulas da melhor maneira possível, pois, para desenvolver uma boa aula, era necessário ter completo conhecimento do conteúdo, além de ter criatividade para inovar e preparar aulas atrativas, para que realmente ocorresse a participação dos alunos.

Assim, consideramos que há nos relatos do professor, uma mescla das tendências da pedagogia, tanto da tradicional, escola nova, como da tecnicista, pois em muitos momentos demonstrou a preocupação com a aprendizagem dos alunos e com a contextualização do conteúdo a ser desenvolvido nas aulas. Além disso, mesmo ao atuar com foco em aulas diferenciadas, há aulas de resolução de exercícios, indícios da priorização da técnica e do treino. Temos ainda que o professor mantém-se como o centro do processo de ensino e de aprendizagem, características da tendência tradicional.

Segundo Saviani (1986), o professor defende a ideia da Escola Nova, porém a sua atuação é pautada na tendência tradicional, como podemos observar neste relato: "Ensino a matéria de matemática com explicações teóricas e práticas tentando adequar os conteúdos à realidade do aluno", ou seja, podemos destacar novamente uma centralidade e autoritarismo no processo de ensino e de aprendizagem por parte do professor, característica do tecnicismo.

Destacamos ainda que o entrevistado relatou que busca contextualizar ao desenvolver as suas aulas, porém expressa em seus depoimentos, ser o centro do processo de ensino e aprendizagem, mostrando que a sua prática cotidiana, de certo modo, está diretamente relacionada com a tendência tradicional, com alguma influência da tendência escolanovista.

REFERÊNCIAS

LIBÂNEO, J. C. **Democratização das Escolas, a Pedagogias Crítica e Social dos Conteúdos**. 21ª edição. São Paulo. Edições Loyola, 2006.

SAVIANI, D. Tendências e Correntes da Educação Brasileira. In: MENDES, D. T. (coord). **Filosofia da Educação Brasileira**. Rio de Janeiro. Editora Civilização Brasileira, 1997.