

Quantos elementos tem?

Vinícius Franco Vasconcelos
Adriano Gomes de Santana
Rodrigo Manoel de Andrade

Resumo

O que significa a quantidade de elementos de um conjunto? Quando nos deparamos com dois conjuntos finitos, conseguimos intuitivamente dizer qual deles tem mais elementos ou se os dois têm a mesma quantidade de elementos. Entretanto, quando os conjuntos são infinitos, essa intuição muitas vezes se perde. Para compararmos a quantidade de elementos de conjuntos infinitos A e B , usamos funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras entre A e B , e vemos que essa noção bate com a intuição no caso finito. Desta forma, chegamos às noções de cardinalidade e de equipotência: Se existe uma função bijetora de A em B , dizemos que A e B são equipotentes e escrevemos $|A|=|B|$. Se existe uma função injetora de A em B , escrevemos $|A|\leq|B|$. De fato, $|A|$ representa a cardinalidade de A (porém não nos atermos à definição formal de cardinalidade, uma vez que foge ao escopo do minicurso).

Decorrente disso existem conjuntos infinitos “maiores” do que outros, subconjuntos próprios de A equipotentes a A , dentre outras coisas. Por vez, definindo a soma de cardinais a partir da união disjunta e o produto de cardinais a partir do produto cartesiano, a cardinalidade segue uma aritmética similar à dos números naturais até certo ponto (por exemplo, as propriedades associativas, comutativas, distributivas e elementos neutros valem, mas não a lei do corte). Temos, inclusive, que A tem $2^{|A|}$ subconjuntos, que bate com o caso finito.

Embora seja um conteúdo recorrentemente visto em diversas disciplinas durante a graduação, não há nenhuma que aborde o tema mais a fundo. Nesse minicurso, além de procurar aprofundar um pouco a visão dos alunos sobre o assunto, buscaremos mostrar que muitas vezes o comportamento de conjuntos não é como o esperado, e ainda que as noções intuitivas de conjunto finito ou infinito são bem definidas em Teoria dos Conjuntos.

Neste minicurso propomos um estudo das relações entre cardinalidades de conjuntos infinitos, para tanto é desejável conhecimentos básicos sobre conjuntos (conceitos de conjunto, de subconjunto e de pertinência, conjuntos numéricos) e funções (conceito de função, o que são funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras).